



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA

**VALORIZACION, OPCIONES Y
SPREAD DE LETRAS DE CREDITO
HIPOTECARIO EN CHILE**

ERIC ANDRES VUCINA LJUBETIC

Tesis para optar al grado de Magíster en Ciencias de la
Ingeniería

Profesor Supervisor:

GONZALO CORTAZAR S.

Santiago de Chile, Diciembre 2004.



PONTIFICIA UNIVERSIDAD CATOLICA DE CHILE
ESCUELA DE INGENIERIA
Departamento de Ingeniería Industrial y de Sistemas

VALORIZACION, OPCIONES Y SPREAD DE LETRAS DE CREDITO HIPOTECARIO EN CHILE

ERIC ANDRES VUCINA LJUBETIC

Tesis presentada a la Comisión integrada por los profesores:

GONZALO CORTAZAR S.

JAIME CASASSUS V.

ANDRES TRIVELLI G.

PABLO IRARRAZABAL M.

Para completar las exigencias del grado de Magíster en Ciencias de
la Ingeniería

Santiago de Chile, Diciembre 2004.

A mis padres Rosa e Ivo,
y a mi hermanos Karen e Ivo, por
todo su apoyo y cariño.

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, quiero agradecer a mi familia, especialmente a mis padres que han estado siempre conmigo y me dieron las oportunidades necesarias para mi desarrollo como persona. Siempre estaré en gratitud con ellos por su cariño y apoyo.

Este trabajo no habría sido posible sin el constante apoyo de mis grandes amigos. A todos ellos, que por razones de espacio no puedo mencionar personalmente, les doy las gracias.

También quiero agradecer el apoyo y ayuda que me han entregado todos mis compañeros de Magíster. En particular agradezco a Lorenzo Naranjo, con quién he forjado una excelente amistad y me ha ayudado constantemente en mi investigación.

Se agradece también el apoyo financiero recibido de los proyectos Fondef y Fondecyt, que fueron fundamentales durante mi participación en el proyecto Riskamerica.com.

Finalmente quiero agradecer al profesor Gonzalo Cortázar por todo el tiempo y apoyo que me entregó durante el periodo de realización de mi tesis. Trabajar bajo su alero ha sido una experiencia inolvidable y enriquecedora, y las herramientas que me ha entregado serán de mucha utilidad para desenvolverme con éxito en el ámbito profesional.

INDICE GENERAL

	Pág.
DEDICATORIA	ii
AGRADECIMIENTOS	iii
INDICE DE TABLAS	ix
INDICE DE FIGURAS.....	xiii
RESUMEN.....	xviii
ABSTRACT.....	xix
I INTRODUCCION.....	20
II INSTRUMENTOS Y MERCADO HIPOTECARIO EN CHILE	26
2.1 Mercado de Estados Unidos.....	26
2.1.1 Descripción de los Instrumentos Hipotecarios	27
2.2 Mercado Chileno.....	30
2.2.1 Reajustabilidad	30
2.2.2 Conceptos Básicos de Renta Fija.....	31
2.2.3 Emisores e Instrumentos de Renta Fija Real	33
2.2.4 Mercado de Renta Fija.....	33
2.2.5 Descripción del Mercado Inmobiliario	37
2.2.6 Descripción de los Instrumentos Hipotecarios	38
2.2.7 Liquidez	53
III MODELO DE VALORIZACION DE OPCION DE PREPAGO	58
3.1 Nociones Básicas y Valorización de LCH.....	59
3.1.1 Valorización de LCH como Instrumento Derivado.....	61

3.1.2	Factores de Riesgo	62
3.1.3	Opción de Prepago.....	64
3.1.4	Tipos de Prepago	65
3.1.5	Simulación	68
3.1.6	Option-Adjusted Spread (OAS).....	72
3.1.7	Estudios Anteriores.....	73
3.2	Nociones Básicas y Modelación del Prepago	76
3.2.1	Determinantes de los Prepagos	76
3.2.2	Conceptos Básicos y Principios de la Modelación del Prepago	79
3.2.3	Modelos de Prepago	83
3.2.4	Estudios Anteriores.....	88
IV	METODOLOGÍA Y RESULTADOS DE LA VALORIZACION DE LA OPCION DE PREPAGO.....	90
4.1	Descripción de los Datos Utilizados	91
4.2	Modelos de Tasas de Interés	92
4.2.1	Estructura de Tasas de Interés Libre de Riesgo.....	92
4.2.2	Tasa de Refinanciamiento.....	96
4.3	Metodología y Resultados de la Estimación	98
4.3.1	Consideraciones Preliminares.....	100
4.3.2	Modelo A: Probabilidades Constantes.....	104
4.3.3	Modelo B: Estándar PSA.....	108
4.3.4	Modelo C: Prepago Paramétrico en Tiempo Continuo.....	116
4.3.5	Modelo D: Prepago Semi-Paramétrico en Tiempo Discreto	123
4.4	Discusión de los Resultados y Conclusiones Preliminares	129
V	RIESGO DE CREDITO Y SPREADS EN EL MERCADO DE LCH	134

5.1	Nociones Básicas	135
5.2	Identificación de Parámetros y Modelación.....	136
5.3	Metodología	139
5.3.1	Descripción de los Datos	139
5.3.2	VARIABLES A EXPLICAR O DEPENDIENTE	139
5.3.3	VARIABLES EXPLICATIVAS O INDEPENDIENTES	140
5.3.4	Agrupación de Datos	144
5.3.5	Problemas Econométricos	145
5.4	Estimación y Resultados	146
5.4.1	Resultados.....	147
5.4.2	Estabilidad de los Modelos.....	148
5.5	Discusión de los Resultados y Conclusiones Preliminares.....	150
5.6	Estudios Anteriores	152
5.7	Trabajos Anteriores Realizados en Chile.....	154
VI	CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES	155
	BIBLIOGRAFIA	160
	ANEXOS	167
	ANEXO A : IDENTIFICACION Y VALORIZACION DE LCH	168
A.1	Identificación de LCH.....	168
A.2	Metodología Estándar de Valorización de LCH	170
A.3	Ejemplos de Valorización de LCH	172
	ANEXO B : TABLAS DE DESARROLLO DE CREDITO HIPOTECARIO CON EMISION DE LETRAS	178
B.1	Relación Mutuo - Letra de Crédito	178

B.2	Ejemplo de Proyección de Flujo según Prepago	180
ANEXO C : NOCIONES ELEMENTALES DE CALCULO ESTOCASTICO.....		181
C.1	Proceso Estocásticos Continuos y Movimiento Browniano	181
C.2	Lema de Itô	182
C.3	Ecuación de Valorización de Activos Contingentes	183
C.4	Bonos con Opción de Rescate.....	186
ANEXO D : PROCESO DE VASICEK GENERALIZADO		188
D.1	Momentos de la Ecuación Diferencial Estocástica Lineal a Coeficientes Constantes	188
D.2	Solución Cerrada de la Ecuación Diferencial Estocástica Lineal a Coeficientes Constantes	191
D.3	Parámetros Estimados	194
ANEXO E : CONCEPTOS BÁSICOS DE RENTA FIJA		196
E.1	Bonos con Cupones.....	196
E.2	Duración.....	196
E.3	Convexidad	197
E.4	Aproximaciones Numéricas	198
ANEXO F : MODELOS DE PREPAGO		200
F.1	Derivación Matemática.....	200
F.2	Estimación del Modelo de Prepago.....	203
ANEXO G : DESCRIPCION DE LAS TRANSACCIONES DE LCH		208
ANEXO H: OTROS RESULTADOS ESTIMACION SPREAD PARA LCH.....		213
H.1	Nomenclatura de Variables.....	213
H.2	Datos Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras	213

H.3 Datos Mercado	218
ANEXO I : CLASIFICACION DE RIESGO PARA LAS LCH.....	222
I.1 Clasificaciones de Riesgo de LCH.....	222
I.2 Cambios en Clasificaciones de Riesgo	224
I.3 Fusiones Bancarias.....	224

INDICE DE TABLAS

Tabla II-1: Comparación de emisores de LCH (1998-2002) de acuerdo a montos emitidos, número de préstamos otorgados y transacciones en bolsa según monto..	34
Tabla II-2: Inversionistas institucionales en LCH (2001).....	37
Tabla II-3: Instrumentos hipotecarios según tipo de emisor y tipo de instrumento emitido (2001).....	39
Tabla II-4: Principales instrumentos securitizados en Chile (2001).....	52
Tabla II-5: Rotación de LCH totales.....	54
Tabla III-1: Ejemplo tabla de desarrollo sin prepago y utilizando un prepago constante de 10% anual.....	69
Tabla III-2: Ejemplo de trayectorias de tasas en simulación de Monte Carlo.....	71
Tabla III-3: Ejemplo de flujos estimados en simulación de Monte Carlo.....	71
Tabla III-4: Distribuciones paramétricas más utilizadas en modelos de prepago.....	82
Tabla III-5: Cuadro resumen de modelos de prepago.....	88
Tabla IV-1: Caracterización de las LCH en función del número promedio anual de observaciones diarias.....	92
Tabla IV-2: Precios y TIR para el 1 de noviembre de 1999 asumiendo diferentes probabilidades de prepago para el modelo B.....	112
Tabla IV-3: Precios y TIR para el 2 de septiembre de 2002 asumiendo diferentes probabilidades de prepago para el modelo B.....	113
Tabla IV-4: Ejemplo de OAS con letras emitidas al 7% por el Banco de Santiago y el Banco del Desarrollo para modelo B de prepago.....	115
Tabla IV-5: Parámetros del modelo Schwartz y Torous (1989) sin estacionalidad.....	116
Tabla IV-6: Cuadro resumen de <i>spreads</i> de riesgo de crédito-liquidez obtenidos con el modelo C de prepago para LCH emitidas por el Banco Santiago.....	121
Tabla IV-7: <i>Spreads</i> promedio para los diferentes emisores utilizando el modelo C de prepago.....	122

Tabla IV-8: Parámetros de la función de riesgo base para el caso de <i>multifamily mortgages</i> en Estados Unidos.....	123
Tabla IV-9: Cuadro resumen de <i>spreads</i> obtenidos con el modelo D de prepago para LCH emitidas por el Banco Santiago.....	128
Tabla IV-10: <i>Spreads</i> promedio para los diferentes emisores utilizando el modelo D de prepago.....	129
Tabla V-1: Resultados regresión lineal para el modelo con datos SBIF (1999-2003)...	147
Tabla V-2: Resultados regresión lineal con variables <i>Dummies</i> para el modelo con datos de mercado (1999-2003).....	148
Tabla A-1: Identificación por nemotécnico de banco.....	168
Tabla A-2: Descripción de las variables de un nemotécnico de banco de una LCH.....	169
Tabla A-3: Codificación transitoria de una LCH con cupones cortados.....	170
Tabla A-4: Tabla de desarrollo (en base a 1 UF).....	174
Tabla A-5: Casos reales de valorización de LCH de la Bolsa de Comercio.....	174
Tabla B-1: Ejemplo de tabla de desarrollo de un mutuo hipotecario.....	178
Tabla B-2: Ejemplo de tabla de desarrollo de una letra de crédito hipotecario.....	179
Tabla B-3: Ejemplo de flujo proyectado suponiendo un 100% PSA (base 100).....	180
Tabla D-1: Parámetros Estimados Vasicek 1-F.....	194
Tabla D-2: Parámetros Estimados Vasicek 3-F.....	195
Tabla G-1: Estadísticas datos LCH periodo 1999-2003.....	208
Tabla G-2: Promedio TIR de mercado de LCH con riesgo AA+ y A+ periodo 1999-2003.....	209
Tabla G-3: Promedio precio de mercado de LCH con riesgo AA+ y A+ período 1999-2003.....	210
Tabla G-4: Promedio TIR de mercado de LCH con riesgo AA+ para diferentes tasas de emisión periodo 1999-2003.....	211

Tabla G-5: Promedio precio de mercado de LCH con Riesgo AA+ para diferentes tasas de emisión periodo 1999-2003.....	212
Tabla H-1: Nomenclatura de variables en modelos a estimar.....	213
Tabla H-2: Estadística descriptiva de datos SBIF (1999-2003).....	214
Tabla H-3: Correlación regresores de datos SBIF (1999-2003)	214
Tabla H-4: Resultados regresión lineal para modelo A4 de datos SBIF (1999-2003)...	215
Tabla H-5: Resultados regresión lineal para modelo B4 de datos SBIF (1999-2003)...	215
Tabla H-6: Resultados regresión lineal sin variables <i>Dummies</i> para el modelo A con datos SBIF (1999-2003).....	216
Tabla H-7: Resultados regresión lineal sin variables <i>Dummies</i> para el modelo B con datos SBIF (1999-2003).....	216
Tabla H-8: Resultados regresión lineal con variables <i>Dummies</i> para el modelo B con datos SBIF (1999-2003).....	217
Tabla H-9: Resultados regresión lineal con variables <i>Dummies</i> para el modelo B con datos SBIF (1999-2003).....	217
Tabla H-10: Estadística descriptiva de datos de mercado (1999-2003).....	218
Tabla H-11: Correlación regresores de datos de mercado (1999-2003)	218
Tabla H-12: Resultados regresión lineal de modelo A4 de datos de mercado (1999-2003)	219
Tabla H-13: Resultados regresión lineal de modelo B4 de datos de mercado (1999-2003)	219
Tabla H-14: Resultados regresión lineal sin variables <i>Dummies</i> para el modelo A con datos de mercado (1999-2003).....	220
Tabla H-15: Resultados regresión lineal sin variables <i>Dummies</i> para el modelo B con datos de mercado (1999-2003).....	220
Tabla H-16: Resultados regresión lineal con variables <i>Dummies</i> para el modelo A con datos de mercado (1999-2003).....	221

Tabla H-17: Resultados regresión lineal con variables <i>Dummies</i> para el modelo B con datos de mercado (1999-2003).....	221
Tabla I-1: Clasificación de riesgo de las instituciones emisoras de acuerdo a Fitchrating y Fellerate, para el periodo 1999-2003	222
Tabla I-2: Número de instituciones financieras según clasificación de riesgo de Fitchratings (1999 – 2003).....	224

INDICE DE FIGURAS

Figura 2-1: Montos totales transados de instrumentos de renta fija y LCH tanto en rueda como fuera de rueda (1994-2002).....	36
Figura 2-2: Ejemplo de emisión de LCH con cupones cortados, con periodo de gracia y emisión de pagaré complementario.....	43
Figura 2-3: Ejemplo de emisión de LCH desde la solicitud del crédito hasta su liquidación en el mercado secundario.....	45
Figura 2-4: Tasas de emisión y comisiones promedio del sistema financiero para emisión de LCH (diciembre 1998 – febrero 2003).....	50
Figura 2-5: Ejemplo de securitización de MHE desde la solicitud del crédito hasta su liquidación en el mercado secundario.....	53
Figura 2-6: Presencia bursátil total de LCH para tasas de emisión de 5%, 6%, 7% y 8% (1999).....	55
Figura 2-7: Presencia bursátil total de LCH para tasas de emisión de 5%, 6%, 7% y 8% (2002).....	55
Figura 2-8: Montos totales transados en bolsa según tasa de emisión (enero 1998 - abril 2003).....	56
Figura 4-1: Descripción de la tasa cero cupón real libre de riesgo y de la desviación estándar según plazo (enero 1999 – agosto 2003).....	95
Figura 4-2: Descripción de la tasa cero cupón real libre de riesgo, promedio anual (enero 1999 – agosto 2003).....	96
Figura 4-3: Promedio anual de tasas de LCH recién emitidas como <i>proxy</i> de la tasa de refinanciamiento vigente por año (enero 1999 – abril 2003).....	97
Figura 4-4: TIR promedio LCH valorizadas con tasa Vasicek de 3 factores (PRC) por año (1999 – 2003).....	98
Figura 4-6: Valorización óptima para una LCH emitida al 5,5% y con 15 años plazo de acuerdo al modelo de Vasicek de 1 factor para diferentes costos de transacción..	101

Figura 4-7: Transacciones en precio de LCH emitidas por el Banco Santiago, con tasa de emisión nominal de 7% y 20 años plazo, comparada con precio PRC	102
Figura 4-8: <i>Spread</i> simple de LCH emitidas por el Banco Santiago, con tasa de emisión nominal de 7% y 20 años plazo, para diferentes TIR de mercado	103
Figura 4-9: Comparación TIR de transacciones de LCH emitidas por el Banco Santiago, con tasas de emisión nominal de 6%, 6,5%, 7%, y 7,5% para 20 años plazo.....	104
Figura 4-10: Flujos proyectados según modelo A de prepago (Base 100 UF, emitida al 5% y 8 años plazo)	105
Figura 4-11: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 2 de noviembre del 2000.....	106
Figura 4-12: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 2 de noviembre del 2000.....	106
Figura 4-13: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 25 de septiembre del 2002.....	107
Figura 4-14: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 25 de septiembre del 2002.....	107
Figura 4-15: Modelo B de prepago para los valores de p de 100%, 300% y 500%	108
Figura 4-16: Flujo proyectado según modelo B de prepago	109
Figura 4-17: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 2 de noviembre del 2000.....	109
Figura 4-18: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 2 de noviembre del 2000.....	110

Figura 4-19: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 25 de septiembre del 2002.....	110
Figura 4-20: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 25 de septiembre del 2002.....	111
Figura 4-21: Spread de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 25 de septiembre del 2002	114
Figura 4-22: Promedio mensual de TIR de mercado, TIR PRC y TIR de acuerdo al modelo de prepago C	117
Figura 4-23: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C.....	118
Figura 4-24: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 15 y 20 años	118
Figura 4-25: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 10 y 15 años	119
Figura 4-26: Promedio mensual de <i>spreads</i> simple y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 5 y 10 años	119
Figura 4-27: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 6,5 y 7,5%	120
Figura 4-28: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 5,5 y 6,5%	120
Figura 4-29: Promedio mensual de TIR de mercado, TIR PRC y TIR de acuerdo al modelo de prepago D	124

Figura 4-30: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D.....	125
Figura 4-31: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 15 y 20 años	125
Figura 4-32: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 10 y 15 años	126
Figura 4-33: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 5 y 10 años	126
Figura 4-34: Promedio mensual de <i>spreads</i> absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 6,5 y 7,5%	127
Figura 4-35: Promedio mensual de <i>spreads</i> simple y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 5,5 y 6,5%.....	127
Figura 4-36: Promedio anual de TIR de mercado, TIR de acuerdo al modelo de prepago D y TIR PRC.....	132
Figura 4-37: Promedio anual de <i>spread</i> de acuerdo al modelo de prepago D para diferentes tasas de emisión.....	133
Figura 5-1: Gráfico comparativo TIR de Mercado de LCH emitidas por el Banco Santiago (STG) y el Banco de Desarrollo (DES) al 7% y con 20 años plazo y LCH valorizadas a la tasa libre de riesgo (diciembre 1998 – noviembre 2002).....	139
Figura 5-2: Gráfico comparativo <i>spread</i> absoluto de LCH emitidas por el Banco Santiago (STG) y el Banco de Desarrollo (DES) al 7% y con 20 años plazo y LCH valorizadas a la tasa libre de riesgo (diciembre 1998 – noviembre 2002).....	140
Figura 5-3: Tasas de refinanciamiento para el Banco Santiago (STG) y el Banco del Desarrollo (DES) (diciembre 1998 – febrero 2003)	141
Figura 5-4: TIR Promedio según clasificación de riesgo de Fitchratings (1999– 2003).....	144

Figura 5-5: Contribución marginal de cada variable explicativa para modelo con datos SBIF	149
Figura 5-6: Contribución marginal de cada variable explicativa para modelo con datos de mercado	149

RESUMEN

Se analiza un mercado escasamente explorado en Chile, como es el mercado de las Letras de Crédito Hipotecario o LCH. Este instrumento posee, en sus precios de mercado, importante información no observable como es el riesgo de prepago, riesgo de crédito y riesgo de liquidez.

Esta tesis presenta dos alternativas de modelación de los riesgos inherentes de las LCH, instrumento que representa el 33% del mercado de deuda de largo plazo del país.

La primera considera un marco conjunto que incorpora un modelo de prepago en un contexto de valorización estocástico aplicado al mercado chileno, siguiendo a Schwartz y Torous (1989). Esto permite separar el riesgo de prepago presente en el instrumento de los otros riesgos específicos. Se muestra que esta metodología puede ser aplicada para las LCH, y es de gran utilidad en la cobertura de riesgos.

La segunda estudia los determinantes del *spread* existente entre las transacciones de LCH y un *proxy* de un instrumento libre de riesgo obtenido de un modelo dinámico de tasas de interés (Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003)). Bajo este contexto se encuentra que las variables que describen la conducta de prepago son significativas, así como el riesgo de crédito de cada emisor.

ABSTRACT

We study the mortgage market in Chile, more specifically a mortgage-backed bond called Letras de Crédito Hipotecario (LCH). This kind of asset includes three risks in their market prices: prepayment risk, credit risk and liquidity risk.

This thesis presents two alternative ways of modeling the risks inherent to LCH, security that represents 33% of the total long run liabilities in Chile.

The first approach considers a joint framework that incorporates a prepayment model in a stochastic valuation model applied to the Chilean market, following Schwartz and Torous (1989). This allows separating the prepayment risk from other specific risks existing. We find that this methodology can be implemented in LCH, and it is very useful for hedging and risk management.

The second approach study the determinants of the credit spread existing between LCH and a proxy of a risk free security obtained from a dynamic interest rates model (Cortázar, Schwartz and Naranjo (2003)). Under this context, we find that the variables that describes the prepayment behavior are significant, as well as the credit risk of each issuer.

I INTRODUCCION

En un mundo en constante crecimiento y desarrollo, la escasez de viviendas y las necesidades continuas de financiamiento han pasado a ocupar un lugar muy importante dentro del desarrollo global. La razón fundamental es que generalmente resulta muy difícil reunir el capital necesario, lo que lleva a postergar, o bien desestimar la realización de ciertos proyectos de inversión. Esta dificultad ha llevado al sistema financiero a crear alternativas de financiamiento de largo plazo que operan de variadas maneras y que abarcan a distintos segmentos de la población.

Una de las soluciones a los problemas de financiamiento consiste en la securitización¹. Esta herramienta fue popularizada en el mercado hipotecario de Estados Unidos, ganándose así la atención en el mundo entero. La securitización de préstamos para la vivienda ha inspirado a los países en desarrollo a explorar el uso de esta técnica, con el objetivo de incrementar los fondos disponibles para el financiamiento de la vivienda y reducir la escasez de las mismas.

A su vez, la securitización propicia un mercado secundario más activo, lo que provee distintos beneficios, entre otros, un mercado de capitales más profundo y una política habitacional que responde a las necesidades del sector privado, reduciendo la exposición al riesgo para los participantes de la industria.

El mercado hipotecario chileno, debido a su menor escala y desarrollo en comparación con el mercado de Estados Unidos, ha optado desde hace muchos años por la emisión de las llamadas Letras de Crédito Hipotecario o LCH que no necesitan ser securitizadas para ser transadas en el mercado. Este instrumento es emitido por diversas instituciones financieras, con variados plazos y tasas dependiendo de las condiciones del mercado y del crédito requerido por el cliente. Recién a mediados de los años 80, luego de la consolidación de los sistemas privados de pensión introducidos en 1981, las LCH despegaron definitivamente. Recientemente se ha incorporado la securitización de otros títulos hipotecarios, como son los Mutuos Hipotecarios Endosables o MHE, pero todavía se trata de una práctica incipiente en Chile.

¹ Agrupación de diferentes activos con el propósito de ser vendidos en el mercado.

Los instrumentos con respaldo hipotecario en general, en conjunción con otros activos que conforman el mercado financiero, permiten a los agentes económicos modificar la estructura de sus flujos monetarios, variando sus perfiles de ahorro y consumo, trasladándolos en el tiempo. De esta manera es posible asumir o traspasar diversos riesgos según las necesidades propias de cada agente. A su vez, los mercados financieros se caracterizan por entregar gran cantidad de información, como riesgos financieros y costos de capital, los que son de gran importancia a la hora de efectuar una decisión adecuada. Esta información disponible en el mercado no siempre es directamente observable, es por ello que, a través de la teoría financiera moderna, se intenta extraer dicha información implícita en indicadores y precios de mercado de una manera eficiente y confiable, haciéndola explícita y útil en la toma de decisiones.

En este sentido, el estudio de los mercados hipotecarios demuestra como las fronteras de la tecnología financiera están siendo aplicadas a la valorización de los activos transados en el mercado. Durante los últimos años, la literatura y la práctica financiera han realizado importantes avances en la valorización de instrumentos derivados transados en los mercados. En su forma más simple, un derivado es un instrumento financiero cuyo pago depende del valor que tome otro activo. La valorización de instrumentos derivados, es en la actualidad un área activa de investigación en la que se han realizado importantes avances desde la aparición del trabajo de Black y Scholes (1973). Un bono con respaldo hipotecario es un tipo particular de instrumento derivado, más específicamente, un derivado de la tasa de interés, en el que sus flujos son inciertos porque el deudor (propietario de la vivienda) tiene una opción de prepagar el crédito o de simplemente no pagarlo y perder el bien hipotecado, lo que incide directamente en el flujo percibido por los inversionistas.

De acuerdo a lo anterior, resulta fundamental tener una noción de la llamada Teoría de Opciones. Las opciones son instrumentos financieros que otorgan a sus poseedores el derecho pero no la obligación de aprovechar los eventos favorables y al mismo tiempo limitar las pérdidas en escenarios negativos. Una opción de compra (*Call*) otorga el derecho de comprar un activo a un determinado precio de ejercicio, mientras que una opción de venta (*Put*) entrega el derecho de vender el activo a un precio de ejercicio establecido. Por otra parte, se conoce como opción europea aquellos activos que entregan la posibilidad de ser ejercidos sólo al vencimiento del instrumento, y como

opción americana a aquellos activos que otorgan la posibilidad de ser ejercidos en cualquier momento desde su generación.

Los deudores racionales ejercerán su opción de prepagar el crédito cuando esto les signifique una maximización de su riqueza. En ausencia de costos de transacción, dicha riqueza aumenta con el no-pago del crédito cuando el valor de la deuda es mayor que el valor de la vivienda adquirida. El no-pago de la deuda al banco puede ser visto como una opción de venta europea compuesta. Es una opción de venta porque el deudor abandona la posesión de la vivienda a cambio de cesar los pagos de la misma, europea porque el no-pago ocurre sólo en la fecha en que no se paga los dividendos, y es compuesta porque no es un único pago, sino una sucesión de ellos.

Los deudores racionales a su vez refinancian el crédito cuando el valor del instrumento excede su valor par. De esta manera los créditos hipotecarios presentan características de una opción de compra americana, de modo que tienen el derecho de obtener una casa en cualquier momento con el sólo hecho de prepagar todo el crédito restante. Por esto, los inversionistas en bonos con respaldo hipotecario utilizan la teoría de opciones para determinar si están siendo compensados adecuadamente por aceptar estas opciones complejas incluidas en dicho bono.

Pero a su vez la evidencia empírica muestra que existe una conducta subóptima, donde si bien el deudor probablemente obtiene algún tipo de beneficio, no maximiza su riqueza. Es decir, un crédito hipotecario puede no ser prepago aún cuando las tasas de mercado sean menores a la tasa original del crédito, en cuyo caso el refinanciamiento entregaría un beneficio económico al deudor. De la misma forma, puede ocurrir que el crédito sea prepago cuando no sea económicamente conveniente. Entre las razones que explican esta conducta subóptima se encuentran: motivos personales (cambio de lugar de trabajo, crecimiento del grupo familiar, etc.), costos implícitos, desinterés y falta de información. Esto dificulta considerablemente la modelación ya que los modelos tradicionales de opciones son inapropiados para determinar el prepago subóptimo¹.

¹ Para más detalles ver Schwartz y Torous (1989), Deng (1995) y Kau y Keenan (1995).

Se ha demostrado que el prepago óptimo determinado por el modelo de opciones no valoriza con precisión los instrumentos dependientes de dicho prepago. Existen varios autores que han introducido modelos de prepago subóptimo a los modelos de valorización de opciones como una fuente externa de prepago, entre los que se cuentan Dunn y McConnel (1981a, 1981b) y Brennan y Schwartz (1985). Kau, Keenan, Muller y Epperson (1992) y Downing, Stanton y Wallace (2001) entre otros incluyen el no-pago como fuente de riesgo. Investigaciones tales como Schwartz y Torous (1989) se concentran en la estimación de modelos empíricos de prepago¹, los cuales incorporan tanto la terminación óptima como la subóptima del crédito. De lo anterior se desprende que el entendimiento de los eventos detonantes de la terminación anticipada de un crédito o prepago es fundamental para el desarrollo y especificación de un modelo de valorización de instrumentos respaldados por hipotecas.

El objetivo y principal aporte de esta tesis es proponer y analizar, dentro de un marco de estudio unificado, un modelo general de valorización que permita extraer información de los precios de mercado de las Letras de Crédito Hipotecario, tales como: riesgo de prepago, riesgo de crédito o de emisor y riesgo de liquidez. Esto implica entender a cabalidad la naturaleza de un instrumento como las LCH, comprender el fenómeno de los prepagos, la valorización de las opciones implícitas en sus precios, y poder estimar y analizar en forma detallada las variables que inciden en el *spread* que estos títulos poseen.

Para una mejor comprensión de la naturaleza del instrumento, se describirán sus características, flujos y convenciones de mercado para ser valorizados. A su vez, se identificará el mercado chileno de renta fija en el cual se encuentran insertos, señalando emisores y características generales.

El primer objetivo específico de esta tesis consiste en analizar la conducta de prepago de los deudores hipotecarios, y mediante dicha conducta proponer un modelo y metodología que permita estimar y pronosticar la conducta de prepago de los deudores

¹ Otros modelos empíricos de prepago presentes en la literatura incluyen: Bartholomew, Roll y Berk (1998); Follain, Scott y Yang (1992); Green y Shoven (1986); Quigley (1988); Quigley y Van Order (1990) y Richard y Roll (1989).

hipotecarios. Esta tesis se enfocará principalmente en los modelos de probabilidades condicionales, por su amplia utilización y probada efectividad en diversos mercados¹.

El modelo de prepago presentado permite utilizar, sin dificultad, la misma metodología para diferentes variables explicativas, entregando una cierta calidad de resultados dependiendo de los datos que se posea para el estudio. Existen varios factores reconocidos en la literatura que afectan de sobremanera el prepago, entre los que se identifican: el beneficio o perjuicio económico al refinanciarse a tasas menores o mayores respectivamente, la trayectoria de tasas pasadas, la edad de crédito desde su originación, y la estacionalidad presente en el mercado inmobiliario. Según lo anterior, se propone un modelo de probabilidades condicionales que permite incluir las conductas anteriormente mencionadas y se sugiere una metodología de estimación consistente como es la de máxima verosimilitud.

El segundo objetivo específico es estudiar y proponer una metodología de valorización que incorpora, como componentes esenciales, un modelo de prepago y la estructura de tasas de interés libre de riesgo prevaleciente para Chile.

Una de las dificultades de la modelación de los riesgos para las LCH es que éstas se encuentran inmersas en un ambiente de tasas estocásticas. Esto se debe a que en una economía competitiva, las variaciones de la oferta y la demanda se traducen en un movimiento de precios continuos e impredecibles, lo que incide directamente en las tasas observadas. Se utiliza entonces un modelo dinámico de tasas de interés reales multifactorial desarrollado por Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003) para el mercado chileno, utilizando una extensión del modelo de Vasicek (1977) que incorpora reversión a una media de largo plazo. Este proceso se encuentra altamente correlacionado con las tasas de refinanciamiento prevalecientes en el mercado, lo que influye directamente en el prepago involucrado.

Para estimar el valor de la opción de prepago, se utiliza el método de resolución mediante simulación de Monte Carlo. Mediante este método se simulan adelante en el tiempo las variables de estado que determinan la tasa de interés. Esto

¹ Más referencias en Green y Shoven (1986), Schwartz y Torous (1989, 1992), Quigley y Van Order (1990) y Deng, Quigley y Van Order (2000).

permite descontar los flujos de las LCH a la tasa de interés libre de riesgo correspondiente obteniéndose un precio como si la letra fuera emitida por el Banco Central, no tuviera opción alguna y su riesgo de liquidez fuese muy pequeño. A su vez, se obtiene un precio similar al anterior, pero que asume probabilidades de prepago en los flujos esperados, aislando de esta forma el efecto de la opción. Entonces, utilizando estos precios y el precio de mercado de las LCH, es posible separar el *spread* existente en sus componentes provenientes tanto de la opción de prepago como de otros riesgos, tales como riesgo de crédito y liquidez.

El tercer objetivo específico de esta tesis es analizar las variables que inciden en los precios y *spreads* de una LCH. De esta forma se intenta dar una visión global de las variables que pueden influenciar la conducta de prepago en Chile, así como del riesgo crediticio, con el fin de proponer un modelo de prepago y valorización apropiado para las LCH. Esto lleva a plantear un modelo de *spreads* que contiene un reducido número de parámetros, pero que mantiene la generalidad del modelo. La teoría de opciones, en este caso, revela algunos factores que afectan de sobremanera el prepago. Tales factores son: la diferencia entre la tasa de emisión y la tasa de refinanciamiento prevaleciente en el mercado y la volatilidad de la tasa de interés. A su vez se incorporan otras variables determinantes de los prepago como, por ejemplo, la pendiente de la estructura de tasas de interés, que influye en las expectativas de tasas futuras.

La presente tesis se desglosa de la siguiente manera. En el Capítulo II se describe en forma general el mercado chileno de renta fija y se caracteriza en forma detallada el instrumento a analizar, como son las LCH. Los determinantes que influyen en el prepago, los modelos que lo describen y diversos modelos de valorización se analizan en el Capítulo III. El capítulo IV, por su parte, entrega la metodología y resultados obtenidos en la determinación del valor de la opción de prepago aplicados al mercado chileno, obteniendo de esta manera el *spread* correspondiente a cada institución emisora para el periodo comprendido entre enero de 1999 y agosto del 2003. El Capítulo V describe un modelo que caracteriza los *spreads* en las LCH dependiendo de ciertas variables explicativas y entrega los resultados, así como las metodologías que se utilizaron. Finalmente, el Capítulo VI concluye, entregando ideas y recomendaciones para futuras investigaciones que puedan basarse en este trabajo.

II INSTRUMENTOS Y MERCADO HIPOTECARIO EN CHILE

En Chile el sistema más conocido y tradicional para adquirir una vivienda es el crédito hipotecario mediante las Letras de Crédito Hipotecario (LCH). En segundo lugar se encuentra el Mutuo Hipotecario Endosable (MHE) y finalmente el leasing habitacional. Mediante estas tres alternativas se financia prácticamente el 80% de las viviendas.

El objeto de estudio de esta tesis son las Letras de Crédito Hipotecario, llamadas generalmente letras hipotecarias, que son emitidas y luego vendidas en el mercado con la finalidad de que las instituciones financieras puedan conseguir recursos para prestar al comprador de una vivienda.

Una de las características más importantes de los créditos hipotecarios en general es que tienen un plazo de hasta 30 años, y existe la posibilidad por parte de los deudores de efectuar un prepago, lo cual afecta directamente los flujos futuros percibidos, tanto para los acreedores como para los inversionistas en instrumentos respaldados por estos créditos. Instrumentos con similares características (llamados *mortgages*) han sido profundamente estudiados en el mercado de Estados Unidos pero, pese a que son bastante similares en su forma y fondo, son muy diferentes a la hora de ser transados en el mercado secundario. En los Estados Unidos los bonos respaldados por hipotecas representan un 24% del total de bonos emitidos, mientras que en Chile es un 33%, lo que justifica aún más el estudio del mercado chileno.

Antes de describir en detalle las características más importantes de las LCH, se revisarán algunos aspectos del mercado de Estados Unidos para una mejor comprensión de los tópicos que se abordarán más adelante en esta tesis, y con el fin de poder comparar la actual situación de los créditos hipotecarios en Chile con la de algún país desarrollado. Luego se describirá en profundidad el mercado chileno donde las LCH se encuentran insertas, tal como el sistema de reajustabilidad, los mercados en los cuales se transan y el nivel de liquidez que este tipo de instrumentos presenta.

2.1 Mercado de Estados Unidos

El mercado hipotecario de Estados Unidos es ampliamente el mayor del mundo, con un tamaño estimado a mediados del 2001 de 3,7 trillones de dólares,

excediendo largamente los 2,8 trillones de los instrumentos del gobierno estadounidense y los 3,5 trillones de los bonos corporativos del mismo país.

Los problemas de liquidez ocasionados por el antiguamente poco organizado mercado secundario llevaron a la creación de algunas agencias de gobierno, quienes fueron encargadas de crear un mercado secundario competitivo. La mejor forma de proveer tal liquidez fue la agrupación de créditos hipotecarios (en adelante *mortgages*) de distintos emisores y proveer garantías a estos instrumentos mediante estas agencias. La mejora en la liquidez y el riesgo de crédito reducido, junto con una variedad de patrones de riesgo-retorno ofrecidos por estos instrumentos respaldados por hipotecas (en adelante *Mortgage-Backed Securities* o MBS) han expandido el rango de inversionistas institucionales, tanto nacionales como extranjeros. Como resultado de todo esto, el mercado de financiamiento de la vivienda depende menos de la industria financiera y no tiene las mismas consecuencias directas de las posibles crisis que la puedan afectar.

2.1.1 Descripción de los Instrumentos Hipotecarios

En el mercado de Estados Unidos existen variados instrumentos hipotecarios tales como bonos con tasa fija (*Fixed-Rate Mortgage* o FRM), bonos con tasa ajustable (*Adjustable-Rate Mortgage* o ARM), bonos con pago graduado (*Graduated-Payment Mortgage* o GPM) y finalmente los bonos con nivel de precio ajustado (*Price Level Adjusted Mortgage* o PLAM) que se ajustan de mejor forma con los requerimientos tanto de los deudores como de los prestamistas.

Los FRM corresponden al tipo más común de *mortgage* y tiene pagos fijos iguales con tasas constantes, amortizando en forma creciente a medida que se acerca la fecha de vencimiento. Los ARM utilizan la misma regla que los FRM para calcular los pagos, pero las tasas son ajustadas para reflejar la tasa prevaleciente en el mercado¹. En los GPM, los pagos aumentan a una determinada tasa durante la vida del crédito permitiendo facilitar el pago de las primeras cuotas a negocios que recién comienzan.

¹ Muchas veces las tasas variables son parcialmente manipuladas, mediante el uso de *caps* y *floors*. Las tasas de estos instrumentos se ajustan una vez al año.

Por último, los PLAM tienen pagos que se ajustan periódicamente para reflejar el nivel de precios y ajustarse a la inflación existente. Todos estos *mortgages* son emitidos en su mayoría a tasa nominal.

Dentro del gigantesco mercado americano también se destaca la existencia de los *Commercial Mortgage* o CM. Además de las distinciones económicas y legales entre los activos que actúan de respaldo entre los *mortgages* residenciales y comerciales, frecuentemente también difieren en las especificaciones contractuales. Mientras los *mortgages* residenciales típicamente tienen pagos fijos en forma de FRM, los *mortgages* comerciales se caracterizan por tener un período inicial en el cual el prepago no está permitido y un pago final (*balloon*). En algunos casos el prepago es severamente castigado, incluso cuando es permitido.

Los *Mortgage-Backed Securities* o MBS representan un derecho de propiedad sobre los *mortgages* otorgados por instituciones financieras (comúnmente bancos, financieras, entidades de ahorro y préstamo, además de compañías especializadas en el financiamiento de viviendas) para financiar al comprador de vivienda o cualquier otro activo financiero. La mayoría de los MBS son emitidos o respaldados por agencias del gobierno americano como *The Government National Mortgage Association* (GNMA o *Ginnie Mae*) o por las agencias patrocinadas por el gobierno americano (GSEs) como lo son el *Federal National Mortgage Association* (FNMA o *Fannie Mae*) y el *Federal Home Loan Mortgage Association* (FHLMA o *Freddie Mac*). Estas agencias, que poseen una calificación de riesgo implícita AAA, que corresponde al riesgo del gobierno estadounidense, compran créditos de buena calidad para luego realizar una securitización y colocarlos en el mercado primario de los Estados Unidos y Europa. Algunas instituciones privadas también emiten MBS, pero sus emisiones son denominadas *Private-Label Mortgage Securities* a diferencia de los tradicionales MBS.

A medida que los intereses y capitales de los distintos créditos recolectados en el título son pagados por los deudores, el inversionista que adquiere el MBS recibe estos pagos. Como consecuencia de la irregularidad de los pagos y amortizaciones de los créditos que conforman un MBS, el flujo de caja de estas inversiones puede variar. Si el deudor paga anticipadamente el capital en forma parcial o total, este pago es distribuido equitativamente entre los tenedores del MBS que posee el crédito como colateral. Como

el capital de un MBS se reduce a medida que se realizan amortizaciones, los intereses pertenecientes a él se reducen también. Los MBS son vendidos y negociados con relación a su vida promedio¹, en comparación a la fecha de vencimiento o la duración de la mayoría de los instrumentos de renta fija.

Existen diversos tipos de MBS, entre los cuales se cuentan: *Passthrough*, *Collateralized Mortgage Obligations (CMO)*, *Strips* y *Callable Passthrough*.

Como su nombre lo indica, los *Passthrough* recogen una serie de créditos hipotecarios y los transforma en un solo título, traspasando al inversionista la totalidad del flujo de caja. Los pagos de capital e intereses de los *Passthrough* están garantizados un 100% por los emisores, no obstante, el flujo de caja puede variar con relación a la velocidad los prepagos. La mayoría de estas inversiones están respaldadas por créditos hipotecarios de tasa fija.

Los CMO son un conjunto de títulos conformados individualmente por *Passthrough*. En la estructuración de un CMO, el emisor construye el flujo de caja de la combinación de diferentes emisiones de *Passthrough* y los distribuye en los diferentes tramos que constituyen el total de la emisión. Estos tramos pueden ser negociados individualmente. Cada una de las emisiones de un CMO tiene un mínimo de 2 tramos, donde cada uno tiene una vida promedio y un flujo de caja independiente adaptado a las necesidades de los inversionistas.

Los *Strips* son creados separando los flujos de caja de un determinado CMO y creando a partir de ello distintos bonos. Existen los denominados *Interest Only (IO CMO)* y *Principal Only (PO CMO)*. Cada uno de ellos separa el componente capital de los intereses de los respectivos colaterales de los bonos y los estructura en un tipo de tramo determinado.

Los *Passthrough* que pueden ser rescatados (*Callable Passthrough*) son la más reciente evolución del mercado de los MBS. Este tipo de bono se crea mediante la emisión de 2 clases de *Passthrough*, la clase con opción a ser rescatada (*Callable Class*) y la clase sin opción a ser rescatada (*Call Class*). El tenedor una *Call Class* tiene el

¹ La vida promedio es el tiempo en que la totalidad del capital debería ser amortizado considerando una tasa estimada de pago anticipado.

derecho de rescatar un *Passthrough* que posee una *Callable Class*, a un precio determinado y luego de un tiempo mínimo.

2.2 Mercado Chileno

Pese a que la gran profundidad y desarrollo del mercado estadounidense contrasta con la situación actual del mercado chileno, existen elementos que los asemejan. Estas similitudes, como también las diferencias, serán detalladas en las secciones posteriores.

Para un mejor entendimiento de los tópicos que se abordarán más adelante en esta tesis, a continuación se detallan algunos aspectos del mercado en el cual las LCH se encuentran inmersas, tales como: el sistema de reajustabilidad, emisores e instrumentos de renta fija y otros aspectos generales.

2.2.1 Reajustabilidad

En Chile existen 3 sistemas de reajustabilidad autorizados por el Banco Central: la Unidad de Fomento (UF), el Índice Valor Promedio (IVP) y valor del tipo de cambio del dólar de los Estados Unidos de América.

La inflación es medida en Chile mediante la variación del Índice de Precios al Consumidor (IPC). Este indicador se calcula como el precio de una canasta de casi 500 bienes que representan el consumo de la familia promedio chilena. El IPC se calcula en forma mensual de manera de poder reflejar el cambio en el nivel de precios en la economía.

Como parte del sistema de reajustabilidad chileno se definió la Unidad de Fomento¹ (UF), que se ajusta de acuerdo a la variación del IPC. Todos los activos transados en términos de esta unidad mantienen por ende su valor por sobre la inflación (en términos reales).

¹ El valor de la UF entre el día 10 y el 9 del mes siguiente se calcula en base a la variación del IPC del mes anterior: $UF_t = UF_{t-1} \cdot (1 + \Delta_{\%} IPC)^{\frac{t}{n}}$ n es el número de días del mes.

Por otro lado, el Índice de Valor Promedio (IVP) consiste en una fórmula que se calcula diariamente y que registra un promedio de la variación del IPC en los pasados seis meses, obteniendo de esta forma una medida suavizada de inflación. El IVP se reajusta a partir del día diez de cada mes y hasta el día nueve del mes siguiente de acuerdo al factor diario determinado¹.

Cuando los flujos de caja están expresados en UF o IVP, los intereses que pagan los instrumentos de este tipo son reales. Esto implica que la estructura de tasas de interés real está implícita en los instrumentos denominados en estas unidades.

En Chile la mayor parte de los instrumentos de deuda de largo plazo y una parte de los de corto plazo están denominados en UF, IVP o dólar observado, a diferencia de otros países donde los bonos de largo plazo son nominales y los bonos indexados a la inflación representan sólo una pequeña parte del mercado de renta fija.

2.2.2 Conceptos Básicos de Renta Fija

Se conoce como instrumento de renta fija a aquellos activos cuyo retorno, sólo en el caso de ser mantenidos hasta el vencimiento, es conocido.

Estos instrumentos generalmente toman la forma de bonos, que es un documento que representa deuda para quien lo emite, y un derecho para quien lo compra. Los bonos tienen asociados un valor de carátula o monto de la deuda, un plazo de vencimiento de la obligación, una tasa de interés que representa las ganancias de capital que entrega el activo por sobre el monto prestado al emisor y una tasa de descuento o rentabilidad que expresa el retorno del activo hasta su madurez (Tasa Interna de Retorno o TIR) y que determina su precio. Al estar inmersos dentro del mercado de renta fija, los bonos ofrecen un pago seguro cada cierto tiempo, lo que les da

¹ El factor diario de reajuste porcentual del IVP se calcula de la siguiente manera:

$$F = \left(\sqrt[k]{\frac{IPC_t}{IPC_{t-6}}} - 1 \right) \cdot 100$$

k = número de días transcurridos en el semestre móvil correspondiente.

IPC_t = Valor del IPC en el mes precedente a aquél en que se determina el IVP.

IPC_{t-6} = Valor del IPC 6 meses atrás a aquél en que se determina el IVP.

una característica de bajo riesgo, y esto se ve reflejado en un retorno menor al de las acciones.

En el mercado chileno los bonos son transados en base a su TIR, que representa un retorno promedio de sus flujos, a diferencia del mercado estadounidense donde se transa en base al precio de cada bono.

Existen diferentes tipos de bonos, pero los más comunes son: bonos con amortización de capital en cuotas (con cupones que comprenden interés y amortización), bonos *bullet* (pagan cupones de intereses y el principal al final) y bonos cero cupón (paga cupón de intereses y principal al final del plazo). También existen bonos con periodo de gracia u otros que entregan la posibilidad de convertirlos en acciones de la empresa emisora.

Los instrumentos de renta fija se cotizan en la bolsa según el porcentaje a su valor par¹. Este sistema permite comparar la tasa de emisión con el retorno efectivo hasta el vencimiento y evaluar una posible ganancia o pérdida de capital ante el prepago por parte del emisor.

La emisión de bonos se encuentra directamente relacionada con la necesidad de conseguir recursos cuando una empresa tiene planes de inversión o expansión. Otras alternativas de financiamiento son: la emisión de acciones o la solicitud de un crédito directamente a una institución financiera. Respectivamente, estas alternativas pueden tener consecuencias directas como la atomización de la propiedad (que le empresa puede no desear) y las tasas de interés mayores que cobran los bancos.

¹ Valor Par es el saldo del capital no amortizado (saldo de capital luego del último cupón cortado), más los correspondientes intereses, considerando que el capital se va restituyendo de manera periódica y progresiva, representando el capital actualmente adeudado por el emisor.

2.2.3 Emisores e Instrumentos de Renta Fija Real

Una variedad de instituciones participan en la emisión de instrumentos de renta fija, entre las que se cuentan: el Estado de Chile, el Banco Central de Chile, empresas e instituciones financieras en general.

El Estado de Chile ha emitido bonos en forma intermitente a lo largo de su historia. Dentro de los últimos 30 años se puede mencionar los Bonos de la Corporación de Reforma Agraria (CORA), Bonos de Reconocimiento (BR) y los Pagarés Reajustables de la Tesorería General de la República (PRT). Recientemente, la Tesorería General de la república comenzó la emisión de bonos en UF denominados BTU a 20 años plazo.

El Banco Central de Chile emite actualmente Pagarés Descontables del Banco Central (PDBC) en pesos y bonos *bullet* en UF (BCU), en dólares (BCD) y en pesos (BCP). Estos instrumentos se licitan con cierta frecuencia y montos que son a discreción del propio Banco Central. Hasta el año 2002 emitió Pagares Reajustables en Cupones en UF (PRC) y Pagares Reajustables en Dólares (PRD), representando el principal instrumento de deuda del país. Similarmente, los Pagarés Reajustables del Banco Central (PRBC), instrumento de corto plazo con pago sólo al vencimiento y denominados en UF, fueron reemplazados en el año 2001 por los PDBC.

El sistema bancario y las instituciones financieras participan en el mercado a través de la emisión de depósitos, letras de crédito hipotecarias (LCH) y bonos bancarios, entre otros.

Finalmente el mercado de renta fija de las empresas incluye los bonos o *debentures* de largo plazo y efectos de comercio de corto plazo.

2.2.4 Mercado de Renta Fija

En Chile el mercado de renta fija de LCH, emitidas por las diversas instituciones financieras, se divide en un mercado primario compuesto por todas las instituciones emisoras, y uno secundario donde se realizan todas las transacciones entre agentes privados.

2.2.4.1 Mercado Primario

A diferencia de las emisiones de bonos del Banco Central que se realizan mediante licitaciones en fechas fijadas y por montos establecidos, el mercado primario de LCH está compuesto por todas las instituciones que las emiten en forma periódica dependiendo de la solicitud de créditos del momento. Al interior de este mercado se distingue la inversión en LCH de emisión propia.

Tabla II-1: Comparación de emisores de LCH (1998-2002) de acuerdo a montos emitidos, número de préstamos otorgados y transacciones en bolsa según monto¹.

	% por monto emitido	% por N° de préstamos otorgados	% por monto transado en bolsa
ABN AMRO BANK	0,3%	0,1%	0,2%
BANCO BICE	0,3%	0,1%	0,7%
BANCO DE A. EDWARDS	5,3%	4,5%	7,5%
BANCO DE CHILE	13,1%	5,3%	11,0%
BANCO DE CREDITO E INVERSIONES	6,9%	3,2%	6,9%
BANCO DEL DESARROLLO	2,3%	3,6%	6,3%
BANCO DEL ESTADO DE CHILE	31,7%	66,5%	21,7%
BANCO INTERNACIONAL	0,0%	0,0%	0,2%
BANCO SANTANDER	12,8%	5,7%	9,4%
BANCO SANTIAGO	12,2%	4,6%	19,6%
BANCO SECURITY	0,5%	0,1%	1,0%
BANKBOSTON	3,7%	1,0%	3,5%
BBVA BANCO BHIF	2,7%	1,8%	4,0%
CITIBANK N.A.	1,4%	0,4%	2,9%
CORPBANCA	2,5%	1,1%	0,3%
SCOTIABANK SUD AMERICANO	3,7%	1,6%	4,6%
OTROS	0,6%	0,4%	0,1%
TOTAL SISTEMA FINANCIERO	100,0%	100,0%	100,0%

¹ Se excluyó de la muestra los bancos creados durante el periodo 1998-2002 o posterior.

La Tabla II-1 presenta una comparación de emisores según montos totales emitidos, número de operaciones realizadas (créditos otorgados), y por los montos totales transados en la Bolsa de Comercio de Santiago. En dicha tabla se observa que, hasta el año 2002, el principal emisor de letras es el Banco Estado con un 66% de las operaciones de otorgamiento de créditos. En cuanto a montos transados la situación cambia, puesto que el mismo banco representa sólo un 21,7% del total de transacciones. Esto puede deberse a que el crédito solicitado en cada operación es considerablemente menor en comparación a otros bancos.

2.2.4.2 Mercado Secundario

Este mercado corresponde a toda transacción de bonos emitidos tanto por el Banco Central como por bancos y empresas privadas realizadas en bolsa, ya sea en la Bolsa de Comercio de Santiago, Bolsa Electrónica o en el mercado OTC¹. En este último mercado existen tanto transacciones de venta definitiva como con pacto de retrocompra entre las empresas facultadas a operar en el mercado primario y personas jurídicas y naturales cualesquiera.

El mercado secundario de instrumentos de renta fija se divide en el mercado de instrumentos de intermediación financiera (IIF) que comprende bonos de descuento de corto plazo tanto reales como nominales, y el mercado de instrumentos de renta fija (IRF) propiamente tal, que incluye bonos de más largo plazo denominados en UF o en otras unidades de valor. Esta división del mercado de renta fija se hace debido a los distintos propósitos que tienen estos instrumentos como necesidades de financiamiento de corto y largo plazo.

En la Bolsa de Comercio de Santiago la modalidad de transacción funciona en forma de 7 remates diarios, tanto de IRF como de IIF, cada media hora desde las 10:30 AM con una duración de 10 minutos cada uno. Se realiza un octavo remate de IRF a las 16:15 PM. El vendedor coloca la tasa máxima la cual está dispuesta a vender y las ofertas pueden ser menores o iguales a esa tasa. La Bolsa Electrónica de Chile cuenta

¹ *Over the Counter*: Corresponde a las transacciones fuera de bolsa.

con un sistema de rueda que funciona de forma continua existiendo precios de compra y de venta para cada categoría de bonos.

El mercado OTC opera vía telefónica transando en su mayoría compras y ventas con pacto. Este mercado fue bastante dinámico en todos los plazos hasta la crisis de liquidez de 1998.

La siguiente figura muestra las transacciones en rueda y fuera de rueda (bolsa) en la cual se observa que la mayor parte de las operaciones se realizan en el mercado OTC.

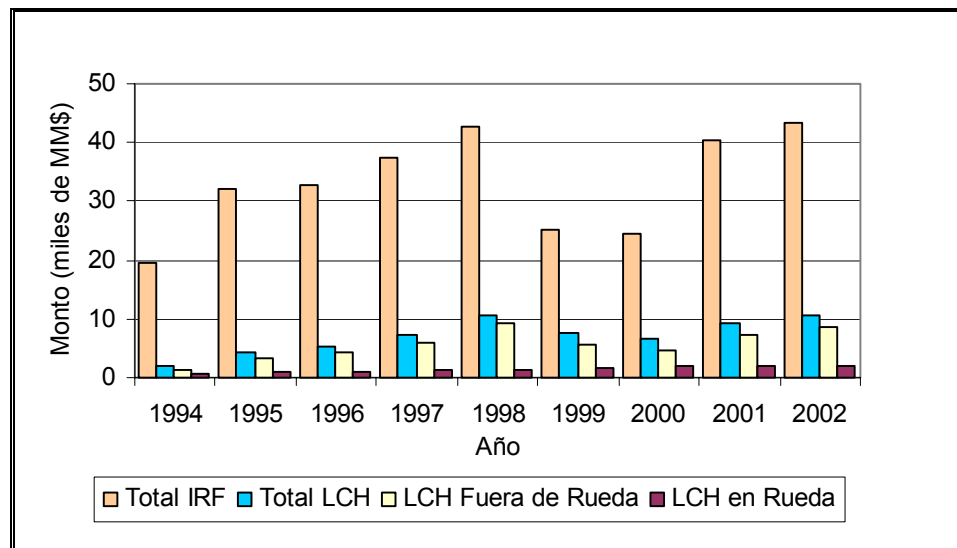


Figura 2-1: Montos totales transados de instrumentos de renta fija y LCH tanto en rueda como fuera de rueda (1994-2002)

Las LCH son adquiridas en el mercado secundario por diversos inversionistas, especialmente institucionales, entre los que se cuentan:

Tabla II-2: Inversionistas institucionales en LCH (2001)¹

Tipo de Inversionista	LCH (MMS)	
Adm. de Fondos de Pensiones	3.410.550	49,15%
Compañías de Seguros de Vida	1.398.150	20,15%
Compañías de Seguros Generales	37.700	0,54%
Fondos de Inversión Extranjeros	1.950	0,02%
Fondos Mutuos	249.600	3,59%
Otros, Incluyendo bancos	1.841.450	26,54%
Total	6.937.450	100%

Las Administradoras de Fondos de Pensiones (o AFP) y las compañías de seguros de vida están legalmente obligadas a destinar parte de sus recursos a estos instrumentos, es por ello que representan los mayores porcentajes, con un 49,15% y un 20,15% respectivamente.

2.2.5 Descripción del Mercado Inmobiliario

El mercado inmobiliario, así como las variables que lo componen, interactúa en forma directa con el mercado hipotecario y con los instrumentos financieros que este último involucra, como las LCH. Es por ello que a continuación se realiza una breve descripción del mercado inmobiliario en Chile.

Con una población de 15 millones de habitantes y 4 millones de viviendas, Chile tiene una densidad de 3,7 personas por cada vivienda, lo que ha mejorado notablemente la situación de 1992 donde dicha tasa era de 4,2. En 1992, aproximadamente 20% de las familias habitaban en viviendas que no cumplían los estándares mínimos.

Aunque difícil de establecer, el gobierno chileno estima que se requieren 82.000 nuevas soluciones habitacionales por año sólo para cubrir las tasas de formación de nuevas familias. Durante los últimos años, la construcción de viviendas nuevas llega

¹ Incluye las LCH para la vivienda y para fines generales

a 135.000 por año, lo que ha permitido disminuir el déficit habitacional en forma significativa, pero no completa.

El gobierno chileno mantiene una activa participación en materia habitacional, subsidiando cerca del 44% de la construcción de viviendas nuevas principalmente a través del Ministerio de Vivienda y Urbanismo (MINVU). Un 16% adicional recibe algún tipo de subsidio complementario, pese a que estas viviendas son proveídas por el sector privado. El 40% restante corresponde a particulares.

Entonces, el mercado de las viviendas privadas, con un 56% del total (subsidio parcial y completo), encuentra financiamiento en el mercado competitivo, esto es mediante créditos hipotecarios ya sea con la emisión de letras de crédito hipotecario o mediante mutuos hipotecarios endosables que es lo que finalmente da forma al mercado hipotecario en Chile. Dichas viviendas privadas se ven beneficiadas por el Decreto con Fuerza de Ley N°2 (DFL-2) que entrega atractivas ventajas¹ a los poseedores de inmuebles con una superficie igual o menor a 140 mts², lo que ha incentivado la compra de este tipo de bien inmueble.

En los últimos años el mercado habitacional privado ha crecido rápidamente debido a muchos factores, entre los que se cuentan: la profundización de los mercados financieros, el rápido crecimiento económico de país, tasas de interés en declinación y una baja inflación. Este crecimiento impacta de forma directa al mercado de instrumentos hipotecarios existente en Chile.

2.2.6 Descripción de los Instrumentos Hipotecarios

En esta sección se describirán dos de las principales herramientas de obtener financiamiento con un crédito hipotecario como son: Letras de Crédito Hipotecario (LCH) y Mutuos Hipotecarios Endosables (MHE). La securitización de MHE será otro instrumento a considerar.

¹ Entre estas ventajas se cuentan: las viviendas solo pagan un 50% del impuesto territorial, un 50% del impuesto de timbres y otras ventajas en caso de ampliaciones, herencias y donaciones de la propiedad.

Tabla II-3: Instrumentos hipotecarios según tipo de emisor y tipo de instrumento emitido (2001)

Inst. Financiera	Instrumento	Monto (MMS)	%
Bancos	LCH	4.049.500	74,5%
	MHE	401.700	7,5%
	Otros	629.200	12%
Total bancos		5.080.400	94%
Financieras	LCH	0	0%
	MHE	313.430	6%
Total financieras		313.430	6%
TOTAL		5.393.830	100%

La tabla anterior muestra la participación de cada tipo de instrumento de acuerdo a cada tipo de emisor en el financiamiento de viviendas para el año 2001. En la actualidad la totalidad de las nuevas emisiones de LCH son realizadas por instituciones bancarias.

2.2.6.1 Letras de Crédito Hipotecario (LCH)

El financiamiento de préstamos a través de letras hipotecarias tiene una larga historia en Chile. Empezaron a operar a fines del siglo XIX siguiendo el modelo francés, sin embargo, su despegue no fue hasta comienzos de los años 80 con el surgimiento de las Administradoras de Fondos de Pensiones (AFP), ya que éstas están obligadas a invertir un cierto porcentaje de su cartera en instrumentos de Renta Fija.

Hoy en día, tanto las letras hipotecarias para la vivienda como para fines generales ocupan un importante segmento dentro de los instrumentos de Renta Fija (IRF) en Chile, representando una buena alternativa de inversión para los inversionistas institucionales del país.

a) Diversos Tipos de LCH

Las LCH son emitidas por bancos y sociedades financieras por dos motivos: financiar la construcción de viviendas (letras de crédito para la vivienda) y financiar

actividades productivas de diversa índole (letras de crédito de fines generales). El Ministerio de Vivienda y Urbanismo (MINVU) también actúa como emisor de estos títulos, exclusivamente para posibilitar la construcción de viviendas. Actualmente, un 61,5% de las letras colocadas en el mercado corresponde a Vivienda y un 38,5% a Fines Generales

La amortización de las letras de crédito puede realizarse en forma ordinaria, ya sea directa o indirectamente, o en forma extraordinaria.

i) Amortización Ordinaria Directa:

Es aquella en que periódicamente el emisor paga parte del capital y de los intereses convenidos, cuyos valores se expresan en el respectivo cupón en función de la tabla de desarrollo. Es el tipo más común con cerca del 100% del mercado.

ii) Amortización Ordinaria Indirecta:

Se efectúa mediante compra o rescate de letras o por sorteo a la par, hasta por un valor nominal igual al fondo de amortización¹ correspondiente al periodo respectivo.

iii) Amortización Extraordinaria (Prepagos o Pagos Anticipados):

Consiste en el retiro de circulación de LCH por compra, rescate o sorteo a la par de un monto igual al prepagado por el deudor hipotecario. La amortización extraordinaria se produce también cuando el deudor paga anticipadamente todo o parte de su deuda mediante la entrega de letras de crédito.

b) Límites de Crédito

En un crédito con LCH un banco no puede prestar al comprador un monto superior al 75% del valor del bien hipotecado². El monto que el banco no puede prestar, se conoce como el pie.

¹ El fondo que se menciona es una cuenta especial que forma la institución emisora con los dineros correspondientes a los pagos efectuados por el mutuario.

² Entendiendo por valor del bien al precio menor entre su precio de venta y su tasación.

Se producen diferencias en contra cuando se venden las LCH bajo la par (ejemplo: a un 98%), cuando se venden antes del cumplimiento de la etapa de madurez¹ de ella o bien cuando se paga una comisión por venta al corredor. En estos casos el monto requerido para el pie es mayor. Para contrarrestar esta medida, los bancos complementan el crédito hipotecario con créditos de consumo por un plazo de hasta 8 años. Con este crédito se puede financiar máximo el 100% de la propiedad.

Se producen diferencias a favor cuando existe venta de las letras al 100% o sobre el valor par, siempre y cuando ésta haya cumplido su etapa de madurez ya que puede darse el caso de que las letras sean vendidas al 100% pero por el hecho de estar inmaduras siempre va a existir diferencia en contra por este concepto.

c) Hipoteca

Es importante considerar que mientras no esté pagado el crédito, la vivienda comprada es inscrita a nombre del deudor pero queda hipotecada a favor del banco. Esto significa en el caso de que el deudor no pague los dividendos, podría ser rematada una vez que el incumplimiento es sostenido.

Esta propiedad puede ser vendida por su dueño antes del pago total de la deuda. Cuando esto ocurre la deuda puede ser traspasada o bien prepagada para luego vender la propiedad. Lo importante a considerar es que no puede efectuarse transacción alguna con la propiedad si la hipoteca no es alzada.

Cuando la última cuota es cancelada (la deuda es saldada) se debe efectuar el alzamiento de la hipoteca y con ello el cliente se desprende de su compromiso con el banco.

d) Emisión de Letras

La institución financiera que desee otorgar préstamos en LCH para la vivienda u otros fines, debe presentar a la Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF) un prospecto de emisión que debe contener: el monto total de la emisión propuesta, moneda o unidad de valor en que se expresa, plazo de los préstamos

¹ Una letra hipotecaria alcanza su etapa de madurez en el momento en que se genera el primer dividendo del crédito, ya que desde ese instante, el instrumento comienza a ganar intereses.

(mayor a 1 año), tasa de interés (fija o flotante)¹, amortización, lugar de impresión (Casa de Moneda o Imprenta), cortes (normalmente son emitidas en cortes de 10, 20, 50, 100, 200, 500 y 1000 UF) y el valor del cupón. Una vez autorizado este prospecto se puede proceder a otorgar créditos utilizando la LCH señalada en él.

Cada letra de crédito lleva una fecha de referencia para el cálculo de los cupones, esto es, la fecha en la que se inicia la correspondiente tabla de desarrollo de la letra, la que se denomina "fecha de emisión nominal". En las letras de crédito para fines generales, la "fecha de emisión nominal" es el día primero del mes en que se efectúe su emisión material. En tanto que en las letras de crédito para financiamiento de viviendas, la "fecha de emisión nominal" será siempre el primero de enero del año en que se efectúe su emisión material. Por otra parte, la emisión material² de las letras de crédito, debe hacerse en el mes en que se celebre el respectivo contrato de mutuo.

Cuando se trata de préstamos en LCH para vivienda, el primer dividendo vence en el mes subsiguiente a aquél en que se firmó el contrato del crédito con el cliente, y la letra tiene cupones trimestrales. En el caso de préstamos en LCH para fines generales, los dividendos tienen la periodicidad y el vencimiento que se acordó en el contrato del mutuo, y los flujos de la letra pueden cada 1, 3, 6 o 12 meses.

En consideración a que los cupones de las LCH deben guardar perfecta concordancia con los dividendos del respectivo mutuo, la entidad emisora de letras de crédito, antes de ponerlas en circulación, debe desprender los cupones correspondientes a los trimestres comprendidos entre el 1º de enero del año en que se efectúe la emisión material de las respectivas letras de crédito y el trimestre en que el deudor comience a pagar sus dividendos.

Si el inicio del pago de los dividendos corresponde al segundo o tercer mes de un trimestre calendario, el emisor está obligado a entregar al mutuario un pagaré

¹ La tasa de interés variable debe tener por base la tasa TIP.

² Las LCH emitidas materialmente son depositadas en el Depósito Central de Valores (DCV).

expresado en la moneda o unidad de valor que corresponda. Este pagaré comprende desde la fecha pago del primer dividendo hasta el vencimiento del cupón que sigue de la LCH respectiva, y tiene el valor de la amortización e interés que el cliente ha cancelado de ese primer trimestre. No es necesario generar el pagaré complementario cuando la fecha de pago del primer dividendo coincide con el vencimiento del primer cupón de la letra. La figura 2-2 representa la emisión de una LCH con pagaré complementario y cupones cortados.

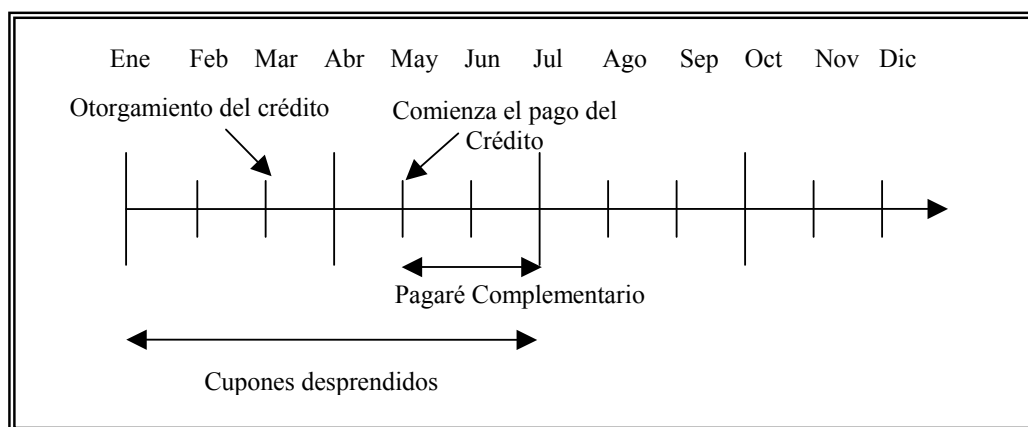


Figura 2-2: Ejemplo de emisión de LCH con cupones cortados, con periodo de gracia y emisión de pagaré complementario

Las LCH tienen un valor nominal y un valor reducido implícito. El valor nominal es aquel que tiene la letra al momento de ser emitida y el cual siempre deberá ser múltiplo de 10 y el valor reducido, es el valor que tiene la letra al momento del otorgamiento real del crédito y que equivaldrá al valor nominal menos la parte amortización del período del año en que no se generaron dividendos.

Una vez efectuada la emisión física de las LCH, el banco, por mandato expreso del vendedor de la vivienda (o el dueño de las letras de crédito), debe proceder a liquidarlas para lo cual tiene las siguientes alternativas:

- i) Colocar las letras en la Bolsa de Comercio para su transacción.

- ii) Comprar sus propias letras de crédito cuando existe una contracción del mercado comprador normal o cuando las necesidades financieras así lo exigen¹.
- iii) Vender las letras de crédito directamente a otra institución financiera.
- iv) Entregar las letras de crédito a su dueño (vendedor de la casa). Esta situación se produce cuando el dueño de las letras no requiere liquidez inmediata y desea conservarlas en su poder como una alternativa de inversión a mediano y largo plazo. En este caso el propietario pasa a ser el inversionista.

La figura 2-3 representa el ejemplo de emisión de una LCH desde que el cliente solicita el crédito hasta su liquidación en el mercado secundario.

¹ De acuerdo con el capítulo III.B.2 del Compendio de Normas Financieras del Banco Central de Chile, las instituciones financieras pueden invertir en letras de crédito y bonos de propia emisión hasta por el equivalente al 5% del total de las respectivas emisiones colocadas o hasta el 50% del capital pagado y reservas de la institución no pudiendo exceder la suma de las inversiones totales en ambos tipos de instrumentos, del 50% del capital pagado y reservas.

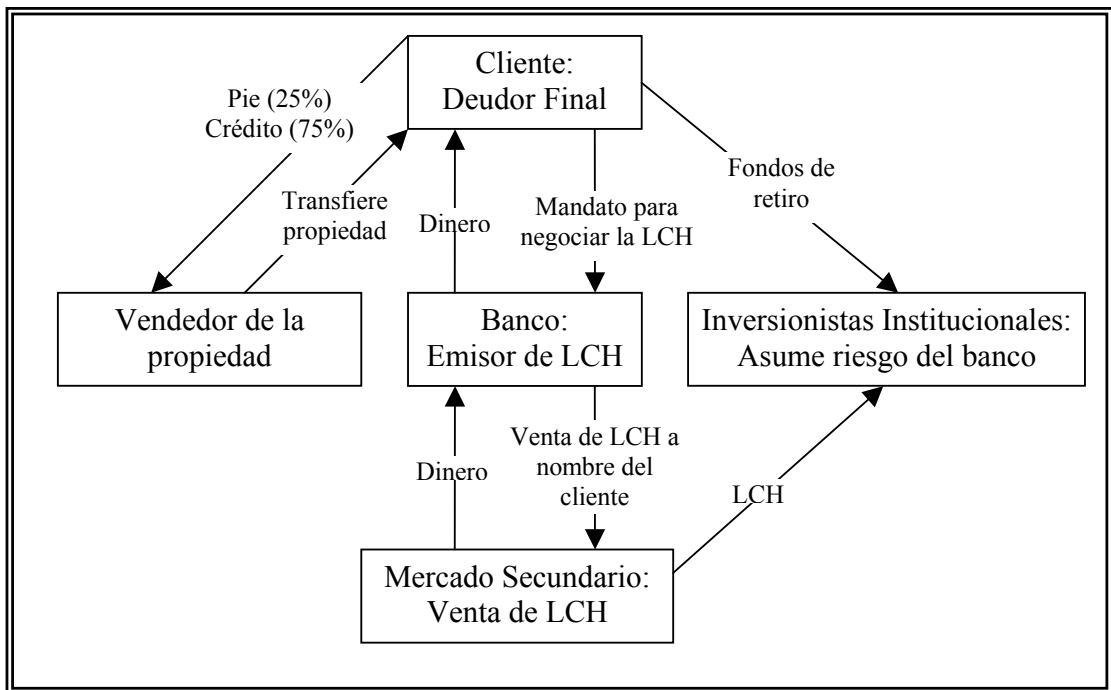


Figura 2-3: Ejemplo de emisión de LCH desde la solicitud del crédito hasta su liquidación en el mercado secundario

e) Tablas de Desarrollo

Cabe señalar que cada crédito hipotecario posee 2 tablas de desarrollo que se encuentran relacionadas entre sí. La primera es la tabla de las letras hipotecarias y la segunda es la tabla del mutuo hipotecario, es decir del crédito en sí para el deudor final.

El dividendo de los deudores está compuesto de: amortización, interés, comisión y seguros, y los cupones de las letras emitidas están compuestos por amortización e interés. Las tablas de desarrollo de los mutuos hipotecarios deben construirse sujetándose a la tabla de las respectivas letras de crédito, de manera que la amortización más los intereses de tres dividendos mensuales del mutuo, debe corresponder al valor del cupón trimestral de la letra. Para el caso de las letras con vencimiento semestral o anual (fines generales), no hay acumulación de fondos, pues el cupón de la letra es equivalente en la parte amortización e interés a un dividendo cancelado.

Para el cálculo de la tabla de desarrollo de la letra se utiliza una tasa de emisión equivalente que depende de la periodicidad de los pagos de la letra.

$$r_{EQ} = (1 + r_{ANUAL})^{Periodicidad/12} - 1 \quad (2.1)$$

En la ecuación anterior r_{ANUAL} corresponde a la tasa de emisión, r_{EQ} es la tasa equivalente de emisión para cada *Periodicidad* (mensual, trimestral, semestral o anual). Esta tasa es utilizada en el cálculo de los cupones C_i , según el monto del corte M y el número de cupones N , utilizando la fórmula de la anualidad:

$$C_i = M \cdot \left(\frac{1}{r_{EQ}} - \frac{1}{r_{EQ} \cdot (1 + r_{EQ})^N} \right)^{-1} \quad i=1 \dots N-1 \quad (2.2)$$

Los intereses se pagan sobre el capital insoluto anterior, en este caso 1 UF de base, sin considerar los días efectivos.

$$I_i = K_{i-1} \cdot (1 + r_{EQ}) - K_{i-1} \quad (2.3)$$

La amortización se calcula entre el cupón y los intereses pagados:

$$A_i = C_i - I_i \quad (2.4)$$

Y el nuevo saldo es el anterior menos la parte amortizada para la actual fecha de pago de cupón.

$$K_i = K_{i-1} - A_i \quad (2.5)$$

El último cupón de la LCH debe realizar el ajuste correspondiente al redondeo de decimales realizado en los cupones anteriores. Existen letras con 4, 5, 6 y hasta 7 decimales dependiendo de la institución emisora, por lo que el valor del último cupón puede variar aunque se trate de letras de características iguales.

f) Prepago

La principal característica de un crédito hipotecario es la posibilidad de efectuar un prepago (o amortización extraordinaria) de parte o todo el capital no amortizado de la deuda.

En el caso de una amortización extraordinaria total de la deuda, el deudor debe pagar los dividendos del período de amortización en que se efectúe el pago

anticipado, más el capital insoluto que resulte una vez deducida la amortización incluida en dichos dividendos.

Cuando se trata de amortizaciones anticipadas parciales, el pago se aplica proporcionalmente a los dividendos restantes de la deuda, de modo que el importe de éstos se rebaja sin alterar el plazo pactado de ella. En este caso, el monto pagado por el deudor se aplica al capital insoluto a la fecha del pago y, sobre la base del saldo resultante y del plazo remanente, se recalculan los dividendos que deben pagarse a partir del mes siguiente.

El deudor que amortiza en forma extraordinaria, total o parcialmente el saldo de su deuda, debe pagar a la entidad emisora, adicionalmente, una suma equivalente al interés y comisión correspondiente a un período de amortización de las letras de su préstamo, calculada sobre el monto que se amortice extraordinariamente, cualquiera hubiera sido la cantidad pagada anticipadamente.

Las entidades financieras pueden realizar amortización extraordinaria de letras de crédito, únicamente por alguno de los motivos que se señalan a continuación.

- i) Por pagos anticipados por parte del deudor.
- ii) Por no registrar la hipoteca dentro del plazo previsto¹.
- iii) Por ejecución de la garantía o por castigo del crédito².
- iv) Por morosidad y desvalorización de la garantía¹.

¹ Se realiza una amortización extraordinaria cuando la garantía hipotecaria que caucione un préstamo de esta naturaleza, no se encuentra inscrita en el Conservador de Bienes Raíces dentro de un plazo de 180 días corridos contados desde la fecha de la escritura de mutuo.

² Cuando una institución financiera ejecuta la garantía que caucione un préstamo en letras de crédito, debe asimismo, efectuar una amortización extraordinaria de letras de crédito por el importe obtenido en el remate del inmueble, de la misma forma señalada precedentemente para el caso en que el deudor pague por adelantado, en dinero, su crédito.

Cuando el banco emisor recibe el citado prepago por una cantidad de UF definida, se deben rescatar del mercado LCH por un valor equivalente, que no necesariamente son las mismas que se le asignaron originalmente al crédito, pero que deben ser similares con respecto a la serie (interés, amortización y moneda) y a la fecha de emisión de ella. El rescate de las LCH se efectúa al valor par mediante un sorteo que se realiza dentro de los primeros diez días de cada mes. Vale decir que el banco, del universo de LCH similares que puedan existir en el mercado, elige mediante este sistema aquellas que serán retiradas de circulación. Este sorteo se oficializa mediante un acta firmada por un notario que debe ser publicada en un periódico de circulación normal.

Todos los créditos pueden ser cancelados solo en dos meses de un trimestre, y el tercer mes no se puede prepagar porque se está efectuando el sorteo respectivo. Esto va en directa relación con el vencimiento de cada cupón de las letras asignadas. Si el banco recibiera prepagos en los meses de sorteos, significaría que éstos no ingresarían al mismo y al no rescatarse letras del mercado, éstas estarían generando un nuevo cupón cuyo valor debería ser cubierto por el banco, ya que quien prepagó terminó su obligación y por lo tanto no cancela ningún dividendo más.

Para determinar el número y valor de letras que deben amortizarse por sorteo de cada corte, se establece previamente el porcentaje que cada uno de ellos representa del monto total de letras emitidas y no amortizadas de cada serie y fecha de emisión. Los porcentajes de cada corte se aplican sobre el fondo de amortización acumulado, a fin de determinar el número de letras de cada corte que deben amortizarse por sorteo.

Un crédito puede ser cancelado directamente con letras siempre y cuando éstas sean de similares características que el crédito, vale decir serie y fecha de emisión. En este caso, el banco tiene la obligación de recibir las letras a su valor par, es decir que si un cliente compra estos instrumentos en el mercado a un 95% puede prepagar el crédito respectivo y se ahorra el diferencial correspondiente (5%).

¹ Se entiende por préstamos en mora, para este efecto, aquellos que registren diez o más dividendos impagos o una morosidad de un año o más, en caso de dividendos que tengan una periodicidad mayor a la mensual.

Las instituciones financieras están facultadas para otorgar préstamos en LCH que tengan por finalidad pagar anticipadamente otro préstamo de igual naturaleza. Este tipo de crédito puede ser respaldado por la misma garantía hipotecaria del crédito que se prepaga.

En general, las instituciones financieras cobran por el prepago un porcentaje del monto prepago (aproximadamente el 10%), lo que puede ser negociado directamente entre el banco y el cliente.

g) Insolvencia

Los inversionistas en letras de crédito están afectos, como cualquier otro acreedor de una institución financiera, al riesgo que la emisora de los títulos no tenga la solvencia necesaria para seguir operando y sea decretada su liquidación forzosa.

Cuando esto ocurre, se licita en forma separada la cartera de créditos hipotecarios para la vivienda de la cartera de fines generales. Pueden participar instituciones financieras públicas o privadas, con la condición de hacerse cargo del pago de las LCH que correspondan a la cartera que se trate. Si no hay oferentes que cumplan con el valor requerido se procede a rebajar el valor de la letra al porcentaje ofrecido en la licitación. Luego las letras son retimbradas, indicándose su nuevo valor. El banco adquirente se hace cargo del pago de las letras de crédito, gozando de todos los derechos, garantías y privilegios inherentes a los créditos adquiridos.

En el Anexo I se muestra las clasificaciones de riesgo de las instituciones emisoras de LCH, así como los estándares utilizados para medir dicho riesgo.

h) Ventajas de las Letras de Crédito

Las LCH son percibidas como mejor riesgo de crédito que otros instrumentos de deuda porque tienen trato preferencial si el emisor presenta problemas de liquidez. Esto hace que tengan tasas de interés normalmente más bajas que otras alternativas de financiamiento.

Otra ventaja es la alta competencia entre los bancos por el financiamiento mediante crédito hipotecario, lo que ha bajado los *spreads* considerablemente en años recientes, beneficiando a los clientes finales. En la siguiente figura se ilustra cómo ha bajado tanto las tasas de interés promedio como las comisiones durante los últimos años.

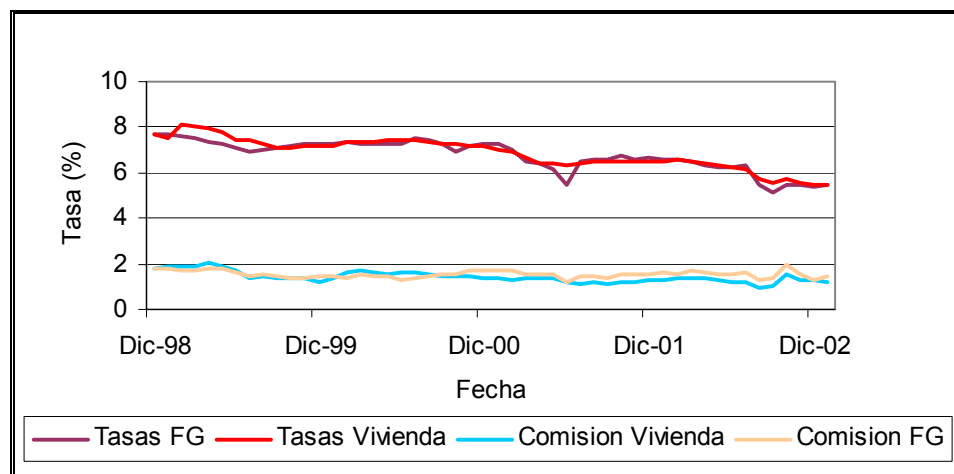


Figura 2-4: Tasas de emisión y comisiones promedio del sistema financiero para emisión de LCH (diciembre 1998 – febrero 2003)

Finalmente, las LCH son transadas directamente en el mercado secundario, es decir, no es necesario securitizarlas para transarlas (como ocurre con los Mutuos Hipotecarios Endosables o en los MBS de EE.UU.). Esto es particularmente atractivo cuando hay mercados con menos profundidad y sofisticación, como en el caso chileno.

i) Desventajas de las Letras de Crédito

Existe incerteza por parte de los clientes de los bancos sobre la cantidad exacta que van a obtener del préstamo cuando el banco venda la letra en el mercado.

A su vez, el máximo préstamo alcanza al 75% del menor valor entre la tasación y el precio de venta, lo cual es bajo si se toma en cuenta que la misma propiedad es ofrecida como colateral. A menudo, el alto nivel de ahorro previo hace que los clientes pospongan sus inversiones.

Finalmente, el banco emisor de la LCH mantiene a la misma como deuda dentro de su balance hasta que el plazo se extingue, así como en el lado de los activos. Esto significa que el banco debe mantener reservas para cubrir el riesgo de sus préstamos, el cual no puede ser vendido a una tercera parte.

2.2.6.2 Mutuos Hipotecarios Endosables (MHE)

Estos créditos endosables son respaldados por una hipoteca y son los instrumentos más parecidos dentro del mercado chileno a lo que son los *mortgages* en Estados Unidos. En este caso un banco o una administradora de mutuos hipotecarios utiliza sus propios recursos para prestar al comprador de la vivienda.

A diferencia de las LCH, un MHE puede financiar hasta el 80% del menor valor entre el valor de venta y la tasación de la propiedad que se desea adquirir. La diferencia debe ser financiada por el cliente al momento de concretar la operación. Algunas instituciones otorgan un crédito complementario al mutuo hipotecario como crédito de consumo de largo plazo (generalmente 8 años). Entre ambas fuentes, financian hasta el 100% en algunas instituciones.

En este caso no hay emisión de letras que se liquidan en el mercado secundario, de modo que el comprador recibe el monto total por el cual está solicitando el crédito. El riesgo de que el comprador no cancele su deuda a tiempo es asumido por la institución financiera, por lo tanto el interés que cobra es generalmente superior al crédito hipotecario mediante LCH. Por la misma razón, la rigurosidad en la evaluación de los antecedentes comerciales y financieros del cliente es bastante mayor.

Los plazos a los cuales se otorgan estos créditos generalmente son a 20 años, sin embargo debe ser conversado con la institución en cada caso. Dado que se trata de una deuda a tan largo plazo, es necesario considerar las posibilidades de prepago, ya que no todas las instituciones lo permiten. Aquellas que permiten un prepago generalmente aplican altas tasas de descuento a fin de desincentivar al cliente de hacerlo. La tendencia actual es que las instituciones aumenten las facilidades de prepago. Hay instituciones que lo autorizan sin recargos a contar de un número de años transcurridos desde el otorgamiento del crédito.

2.2.6.3 MHEs Securitizados (o MBS)

La securitización en Chile comenzó en 1994 con la ley 19.301 Título XVIII “de las sociedades securitizadoras”. Este cuerpo legal establece una figura especial en la cual una sociedad securitizadora, para cada emisión de bonos, forma un patrimonio

separado del patrimonio común. Con esta figura legal se solucionaron las dificultades que impedían anteriormente la securitización.

La securitización de MHE en Chile es una práctica incipiente, aunque la ley de securitización se encuentra vigente desde hace años. Sin embargo, el marco legal es todavía poco amistoso, lo que ha dificultado el proceso hacia una mayor securitización de MHE.

Tabla II-4: Principales instrumentos securitizados en Chile (2001)

Instrumentos	1998	1999	2000	2001
MHEs	14.887	19.067	45.274	185.694
Leasing Habitacional	0	8.426	31.838	25.188
Papeles del Estado	0	0	47.977	0
Total (M US\$)	14.887	27.494	125.089	210.881

El stock de créditos hipotecarios de las entidades bancarias, el flujo por ellas generado y el crecimiento de la industria del leasing habitacional otorgan un amplio espacio para futuras emisiones respaldadas por carteras hipotecarias.

La figura 2-5 representa el ejemplo de emisión de un MHE securitizado desde que el cliente solicita el crédito en MHE hasta venta en el mercado secundario.

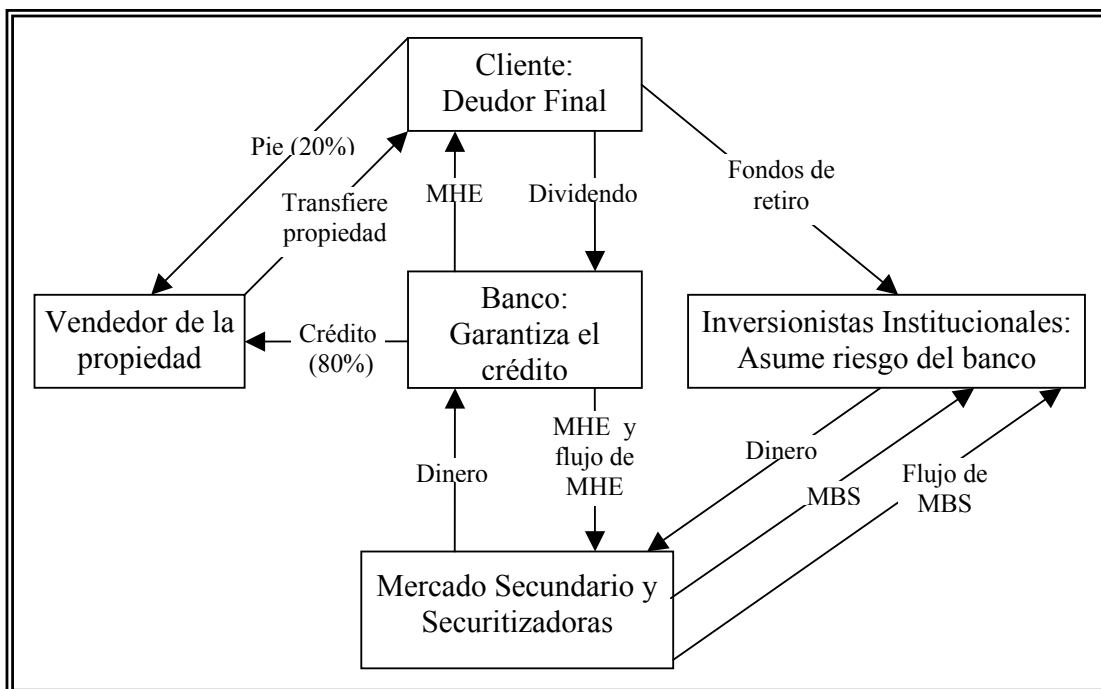


Figura 2-5: Ejemplo de securitización de MHE desde la solicitud del crédito hasta su liquidación en el mercado secundario.

Recientemente se han incorporado al mercado de instrumentos securitizados, carteras de *factoring*, tarjetas de crédito de grandes tiendas, resoluciones del Ministerio de Obras públicas (MOP), entre otros.

2.2.7 Liquidez

La liquidez en los mercados financieros tiene que ver con la capacidad de comprar o vender un activo en un momento específico y a un precio competitivo que refleje las condiciones de mercado.

La liquidez es un concepto relativo, pues no es posible establecer cuando un papel es líquido o no (depende de la interpretación de una serie de indicadores), sin embargo, es posible establecer comparaciones de liquidez entre bonos a través de algunos parámetros como:

- i) Montos Transados

- ii) Presencia: días con transacciones con relación al total de días hábiles del período.
- iii) Rotación: bonos transados con relación al total en circulación.

La Tabla II-5 muestra la rotación en el periodo de muestra comparando con el stock promedio con los montos totales transados en bolsa, sin diferenciar por emisor, tasa de emisión ni plazo.

Tabla II-5: Rotación de LCH totales

LCH (MMS)	1998	1999	2000	2001	2002
Stock Total Promedio	4.636.000	4.939.198	5.060.797	5.759.725	5.950.975
Monto Transado	1.319.874	1.783.277	1.895.603	1.978.593	2.029.009
% Rotación	28,5%	36,1%	37,5%	34,4%	34,1%

La razón de la baja rotación de las LCH¹ radica en que los principales inversionistas de este tipo de instrumentos, AFPs y Compañías de Seguros, toman posiciones a largo plazo.

Para analizar en mayor profundidad la liquidez de las LCH se deben caracterizar las transacciones por plazo. Las figuras 2-6 y 2-7 resumen las transacciones agregadas por plazo de las LCH como porcentaje de días totales, lo que normalmente se define como presencia bursátil. Debido a la volatilidad de tasas existente, y a la posibilidad de prepago que estos papeles presentan, se presentan gráficos comparativos para 2 años distintos. Para ello, acéptese que el año 1999 correspondió a un año con altas tasas en los mercados y el año 2002 a tasas bajas como se verá más adelante en esta tesis.

¹ Molinare (2002) establece una rotación de un 42,9% para los PRC en el año 2001.

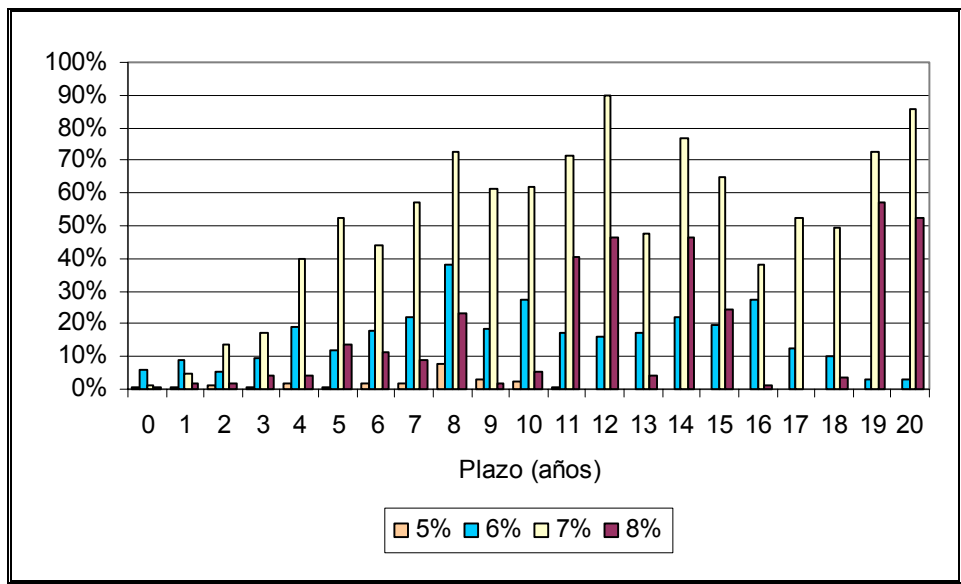


Figura 2-6: Presencia bursátil total de LCH para tasas de emisión de 5%, 6%, 7% y 8% (1999)

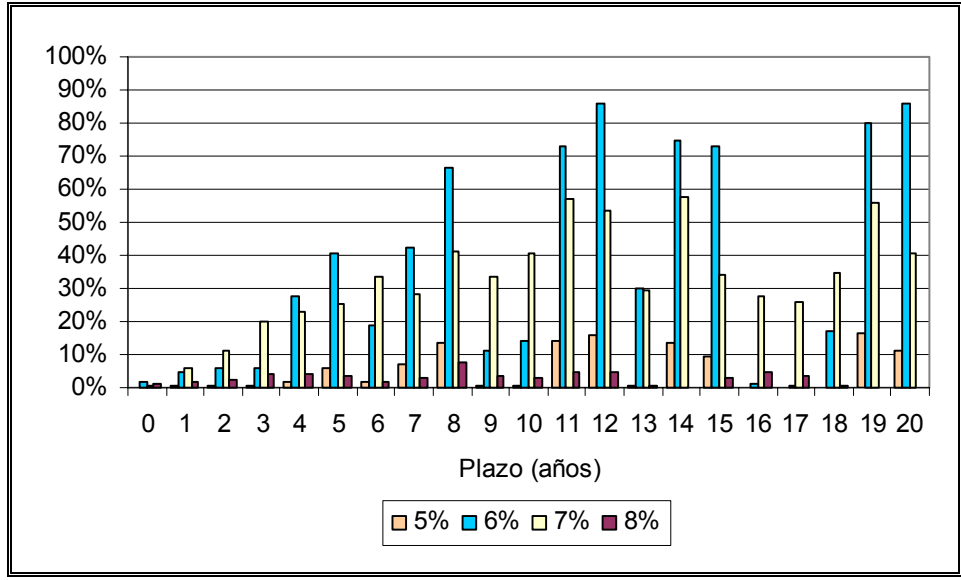


Figura 2-7: Presencia bursátil total de LCH para tasas de emisión de 5%, 6%, 7% y 8% (2002)

Se desprende de las figuras 2-6 y 2-7, que los plazos más líquidos son aquellos que corresponden a los plazos en que las instituciones financieras emiten LCH (5, 8, 12, 15 y 20 años). Es posible observar que en periodos de tasas de mercado más altas (1999) son más transadas LCH con tasa de emisión de un 7%, situación que se revierte al existir tasas de mercado menores (2002), donde las LCH emitidas al 6% son las que predominan en el mercado.

El análisis anterior se confirma a continuación, donde se muestra la evolución a través del tiempo de las transacciones en bolsa de LCH emitidas a distinta tasa.

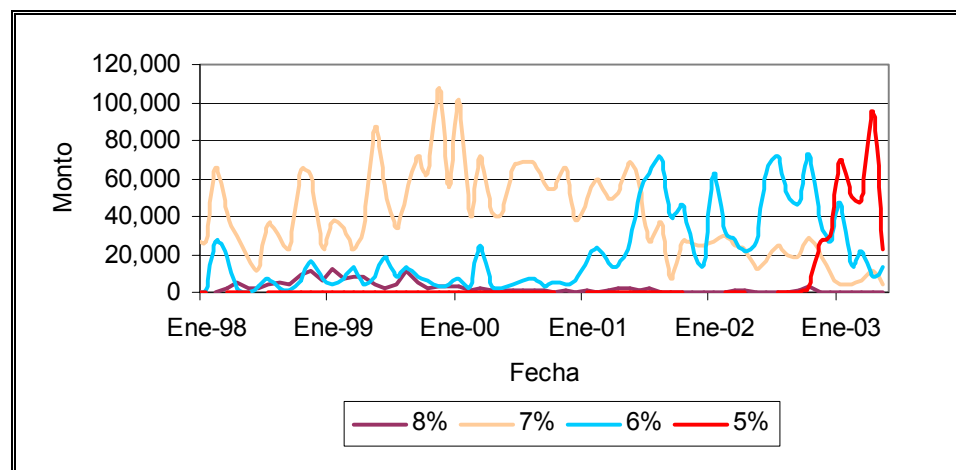


Figura 2-8: Montos totales transados en bolsa según tasa de emisión (enero 1998 - abril 2003)

En la figura 2-8 se observa que los montos transados aumentan considerablemente a medida que una letra emitida a una determinada tasa se vende al 100% de su valor par. De esta manera, desde el año 1998 hasta mediados del 2001, dominaba la tasa de emisión de un 7%. Luego, hasta el año 2003, predominaron las letras emitidas al 6%, para más adelante ser reemplazadas por letras emitidas al 5%. Esto afecta significativamente la liquidez de cada tramo de tasas de emisión en el mercado.

En este capítulo se estudió las características generales de los mercados hipotecarios, tanto en Chile como en Estados Unidos, enfatizando el análisis del objeto

de estudio de esta tesis, las LCH. La opción de prepago presente en estos títulos será el foco de interés en los capítulos posteriores, donde se propondrán e implementarán diversas metodologías de valorización de dicha opción.

III MODELO DE VALORIZACION DE OPCION DE PREPAGO

En este capítulo se presenta un modelo de valorización de la opción de prepago implícita en los precios de las LCH utilizando para ello, un modelo de prepago. Esta forma de modelación es bastante general como para incorporar variadas formulaciones, tanto de modelos de tasas de interés como de prepago, permitiendo estudiar nuevas especificaciones de dichos modelos.

Las LCH reflejan implícitamente en sus precios de mercado: el nivel y el riesgo de tasas de interés propio de los instrumentos de renta fija, el riesgo de prepago, el riesgo de crédito o de emisor al no ser respaldadas por el gobierno y el riesgo de liquidez asociado. Según lo anterior, resulta en extremo útil poder separar los riesgos involucrados de manera de obtener un mayor conocimiento del mercado en que se encuentran inmersas las LCH y a su vez proporcionar algunos elementos para la valorización efectiva de dichos instrumentos.

El prepago es el riesgo más característico que enfrentan los instrumentos respaldados por hipotecas, y puede definirse como la facultad que se le reconoce al deudor hipotecario de recomprar (total o parcialmente) su deuda remanente durante la vida del crédito.

Según esto, son diversas las razones que justifican el estudio de este tema. Por el lado de la oferta, los prepagos modifican los flujos de fondos de los instrumentos hipotecarios, impactando de forma directa la rentabilidad esperada del negocio. También provoca que los títulos (LCH) tengan comportamientos similares a los bonos con opciones de compra, lo que incide directamente en sus precios de mercado. En cuanto a la demanda interesa identificar aquellos factores que provocan los prepagos. Asimismo, el estudio del grado de respuesta de los deudores a los incentivos de refinanciamiento aporta nuevos elementos para juzgar la eficiencia del mercado.

En Chile, la oferta hipotecaria se vincula mayormente al sector privado donde impera un clima de fuerte competencia, lo que se ha traducido en mejoras recurrentes de las condiciones crediticias (reducciones de tasas, incrementos de plazos, incrementos de la razón préstamo-precio vivienda y de la relación cuota-ingresos máximos exigidos). Todos estos factores han aumentado el interés por entender el comportamiento de los prepagos.

La evidencia internacional indica que los deudores hipotecarios frecuentemente se comportan de manera subóptima con respecto a la opción de prepagar su crédito. Algunos deudores, no prepagan cuando les es favorable hacerlo y otros lo hacen cuando no les es beneficioso. Por esto las investigaciones más recientes sobre *mortgages* se han alejado de los modelos de valorización mediante opciones que utilizan la conducta óptima de prepago, en beneficio de aquellos modelos en los cuales la conducta de prepago es determinada de manera exógena basada en estimaciones empíricas.

El modelo de valorización propuesto en este capítulo integra el modelo de prepago en un modelo de valorización de activos contingentes. Esto posibilita la descomposición del *spread* existente entre el precio de una LCH y el de un instrumento equivalente libre de riesgo, en el componente proveniente del prepago y en los demás riesgos existentes. Además permite la obtención de medidas muy útiles en la cobertura de riesgos, como la duración y convexidad efectivas.

En este capítulo se entrega una breve introducción a la valorización de instrumentos derivados, particularmente de tasas de interés. Luego se estudia modelos de tasas de interés presentes en la literatura y que han sido aplicados al mercado chileno. Posteriormente se revisan distintas formas de modelar el prepago, así como las variables que lo determinan. Finalmente, se discute acerca de las relaciones existentes entre los modelos estudiados en esta tesis y otros modelos existentes.

3.1 Nociones Básicas y Valorización de LCH

Una LCH es un tipo particular de instrumento derivado, más específicamente es un derivado de la tasa de interés. En su forma más simple, un derivado es un instrumento financiero cuyo pago depende del valor que tome otro activo, en este caso la tasa de interés. La valorización de instrumentos derivados es, en la actualidad, un área activa de investigación en la que se han realizado importantes avances desde la aparición del trabajo de Black y Scholes (1973).

Mientras Black y Scholes fueron capaces de detallar una solución cerrada para una opción sobre una acción, esto ha probado ser una rara excepción. Cuando los detalles de un contrato son muy complejos, toda esperanza para una forma simple de

solución se desvanece. Los instrumentos con respaldo hipotecario poseen cierta complejidad que hace necesario recurrir a soluciones del tipo numérico.

Como se ha visto anteriormente, un deudor puede prepagar durante toda la vida del crédito hipotecario, lo que le entrega una mayor flexibilidad. Esta flexibilidad puede ser vista como una opción sobre el contrato del crédito hipotecario, ya que permite al deudor refinanciarse y obtener beneficios de ello.

De acuerdo a lo anterior, resulta fundamental tener una noción de la llamada Teoría de Opciones. Las opciones son instrumentos financieros que otorgan a sus poseedores el derecho pero no la obligación de aprovechar los eventos favorables y al mismo tiempo limitar las pérdidas en escenarios negativos. Una opción de compra (*Call*) otorga el derecho de comprar un activo a un determinado precio de ejercicio, mientras que una opción de venta (*Put*) entrega el derecho de vender el activo a un precio de ejercicio establecido. Por otra parte, se conoce como opción europea aquellos activos que entregan la posibilidad de ser ejercidos sólo al vencimiento del instrumento, y como opción americana a aquellos activos que otorgan la posibilidad de ser ejercidos en cualquier momento desde su generación.

En este sentido, los *mortgages* presentan características de una opción de compra americana, ya que entregan el derecho de obtener una casa en cualquier momento con el sólo hecho de prepagar todo el crédito restante. Similarmente, el no-pago de la deuda al banco puede ser visto como una opción de venta europea compuesta. Es una opción de venta porque el deudor abandona la posesión de la vivienda a cambio de cesar los pagos de la misma, europea porque el no-pago ocurre sólo en la fecha en que no se paga los dividendos, y es compuesta porque no es un único pago, sino una sucesión de ellos. Sin embargo, el efecto de la volatilidad de una opción de venta es el mismo que en una opción de compra; en consecuencia, el valor del *mortgage* para el deudor debe crecer a medida que la volatilidad de los activos subyacentes sea mayor.

La existencia de la estructura de la tasa de interés como fuente de riesgo, hace que la valorización sea más compleja que las opciones sobre activos transables, ya que la tasa de interés no es un activo directamente transado, por lo que se debe utilizar un modelo de equilibrio o de no-arbitraje para valorizar contratos dependientes de la tasa de interés.

3.1.1 Valorización de LCH como Instrumento Derivado

En un mundo de certeza, la valorización de cualquier instrumento financiero es bastante simple, basta con calcular el valor presente neto de los flujos. Como se vio anteriormente, la opción de terminar anticipadamente el contrato complica un poco el problema ya que se debe realizar cálculos acerca de la opción implícita, pero en esencia el problema sigue siendo simple.

La valorización de las LCH es mucho más desafiante ya que se encuentra inmersa en un ambiente económico estocástico. En este caso, el valor futuro del contrato no puede ser conocido a ciencia cierta, y aunque se pueden calcular las condiciones bajo las cuales el contrato sería terminado anticipadamente, continúa la incerteza acerca de si dichas condiciones realmente ocurrirán.

Es entonces cuando el arbitraje comienza a tomar parte dentro de la valorización. De acuerdo a esto, activos iguales deben tener precios iguales. Bajo ciertas condiciones de regularidad, la ausencia de oportunidades de arbitraje implica que el valor de cualquier activo se puede calcular como el valor esperado de sus flujos bajo una medida de probabilidad equivalente, descontados a la tasa de interés libre de riesgo, donde las preferencias no juegan un valor específico en la valorización. A esta medida de probabilidad por lo general se le llama medida ajustada por riesgo, medida neutral al riesgo o medida de la martingala equivalente¹.

Entonces, en el espíritu de la teoría financiera moderna, el valor de un derivado de la tasa de interés de corto plazo en el instante t y que vence en T puede ser obtenido mediante un valor presente esperado que puede ser expresado como

$$P = \widehat{E} \left[\int_t^T FC(r(\tau), \tau, T, \theta) \cdot e^{-\int_t^\tau r(s) ds} d\tau \right] \quad (3.1)$$

¹ Bajo una medida de probabilidad artificial que considera que todos los agentes de la economía son neutrales al riesgo, es decir, no exigen compensación por asumir riesgo, por lo que el retorno de la inversión, bajo la probabilidad ajustada por riesgo, debe ser igual a la tasa libre de riesgo.

en la cual FC es el flujo de caja del instrumento, $r(t)$ es la tasa instantánea libre de riesgo en el tiempo t , \hat{E} es el operador de valor esperado sobre las trayectorias de tasas de interés ajustadas por riesgo posibles y θ son otros factores que pueden afectar los flujos¹.

Para determinar los flujos, es necesario determinar los factores de riesgo que afectan el precio del activo en cuestión, como podrían ser la estructura de tasas de interés y el precio de las viviendas en el caso de un activo hipotecario. Las preferencias, tecnologías y otras consideraciones de la economía que participan en un análisis de oferta y demanda deben ser consideradas a la hora de determinar estos factores. Una vez que estas variables son conocidas, el valor de una LCH se encuentra determinado por arbitraje.

3.1.2 Factores de Riesgo

El principal factor de riesgo utilizado en la valorización de *mortgages* es la tasa de interés. Se distinguen 2 grandes corrientes dentro de las diferentes alternativas de modelación de tasas de interés: modelos estáticos y modelos dinámicos.

Tradicionalmente, la estimación de la estructura de tasas ha sido implementada utilizando modelos estáticos, que no consideran información histórica. Algunos métodos, como Nelson y Siegel (1987) y Svensson (1994), asumen una forma funcional paramétrica para las tasas *forward*. Otros métodos, por McCulloch (1971, 1975) y Fisher, Nychka y Zervos (1994), usan métodos de *splines* no paramétricos, basados en la interpolación para calcular la estructura de tasas prevaleciente. Estos métodos no cuentan con la estabilidad numérica deseada en un mercado con poca frecuencia de transacciones² como es el mercado chileno.

¹ Esta ecuación corresponde a la solución general de la Ecuación Diferencial Parcial Fundamental para Activos contingentes, representada en el Anexo C. Desde este punto se hace necesaria una comprensión de las nociones de cálculo estocástico entregadas en dicho anexo.

² Ver Molinare (2002) y Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003) para una discusión acabada del tema.

En general se espera que un modelo estático tenga un mejor ajuste, pero los modelos dinámicos tienen la capacidad de describir la evolución de la estructura de tasas de interés en el tiempo. Esto permite simular el comportamiento futuro de las tasas de interés, generando distribuciones de probabilidad para valorar instrumentos complejos como opciones, bonos con opciones, hacer cobertura y cuantificar riesgos. Dentro de éstos modelos dinámicos se destacan Vasicek (1977) y Cox, Ingersoll y Ross (1985), muy utilizados en la valoración de *mortgages*.

Vasicek fue el primero en incorporar reversión a la media a un modelo de tasas de interés de equilibrio. En este modelo la tasa *forward* instantánea sigue un proceso Ornstein-Uhlenbeck y es asumida con reversión a la media de largo plazo:

$$dr = \lambda(\alpha - r)dt + \sigma dz \quad (3.2)$$

Donde α es el valor medio al cual revierte la tasa, λ es la tasa de reversión a la media que define la velocidad con que r tiende a α y σ es la volatilidad.

Cox, Ingersoll y Ross (1985) incorporó dependencia de la volatilidad a la variable de estado en un modelo con reversión a la media. Esta especificación genera distribuciones chi-cuadrado para las tasas futuras rompiendo las condiciones de normalidad observadas en otros modelos, no permitiendo tasas negativas. El proceso de dicho está descrito por:

$$dr = \lambda(\alpha - r)dt + \sigma\sqrt{r}dz \quad (3.3)$$

Normalmente los modelos de *mortgages* utilizan procesos para la tasa instantánea de Cox, Ingersoll y Ross (CIR) debido a que en Estados Unidos se utilizan tasas nominales y por los buenos resultados que este tipo de especificación presenta¹. En esta tesis y dado que se desea modelar tasas reales que pueden ser negativas se utilizará el proceso de Vasicek generalizado.

Dentro de los modelos dinámicos de tasas es posible la utilización de modelos multifactoriales, que proveen mayor cantidad de grados de libertad para

¹ Chen y Yang (1995) realizan una comparación entre ambos procesos de tasas para valorizar mortgages.

describir la estructura de tasas de interés prevaleciente, pero que dificultan la metodología de resolución, como se verá más adelante.

Si bien la tendencia actual es incorporar procesos estocásticos de los precios de viviendas como determinante del no-pago del crédito, éste no será considerado esta tesis por no ser tan relevantes en la valorización de instrumentos respaldados por hipotecas como lo es el prepago¹.

3.1.3 Opción de Prepago

Los prepagos hacen que los inversores enfrenten ciertos riesgos específicos, que están siempre asociados con la opción contenida en los bonos. En un bono rescatable libre de riesgo, su valor puede ser expresado como el valor de un bono no-rescatable libre de riesgo P_{NC} menos el valor de la opción de ser rescatado V_{Opcion} implícita en el instrumento, ya que el deudor posee la opción. Es decir

$$P = P_{NC} - V_{Opcion} \quad (3.4)$$

Existirá entonces *contraction risk* cuando, al caer las tasas de mercado, el valor de P se incremente en menor proporción de lo que lo harían otros títulos de similares características sin opción de prepago. A dicha compresión del precio, que es característica de los bonos con opción de compra, se le suele denominar convexidad negativa (*negative convexity*). Por su parte, tasas por encima de las pactadas desincentivan los prepagos, impidiendo que los fondos extras puedan ser invertidos en alternativas más atractivas. Aquí el precio de los bonos caerá más que otros activos libres de opción, dando origen al *extension risk*.

Para el caso de una LCH es necesario incluir en esta ecuación el valor del riesgo de crédito del emisor del título más el riesgo de liquidez presente ya que, a diferencia de lo ocurrido en el mercado estadounidense donde los bonos son respaldados por agencias de gobierno, son emitidos por diversas instituciones financieras que poseen riesgo. Entonces se tiene que

$$P_{LCH} = P_{NC} - V_{Opcion} - V_{RL} \quad (3.5)$$

¹ Ver Kau y Keenan (1995)

donde P_{LCH} corresponde al precio de mercado de una LCH y V_{RL} representa el valor del riesgo de crédito más liquidez.

Hasta este punto, P_{NC} puede ser fácilmente determinado como un valor presente de los flujos del instrumento descontados a la tasa libre de riesgo. Sin embargo, para calcular P es necesario establecer las características del prepago, con el fin de obtener una forma de modelación de los flujos futuros.

3.1.4 Tipos de Prepago

a) Prepago Óptimo:

Un posible modelo de prepago se obtiene al asumir que el deudor tiene una opción de compra en el crédito con precio de ejercicio igual al valor del principal remanente (valor par), ejecutando de esta manera una conducta óptima. Este tipo de prepago financiero es independiente de las características individuales del deudor y, en ausencia de riesgo de crédito, depende sólo de la estructura de tasas de interés. Entonces, este prepago endógeno u “óptimo” puede ser visto como resultado de cuando el deudor minimiza el valor de mercado del crédito, transformándose en una opción americana que puede ser modelada en forma simple¹.

Sin embargo, la evidencia empírica indica que la conducta de prepago óptimo determinado por el modelo de opciones no valoriza con precisión los instrumentos ni las opciones dependientes de dicho prepago, ya que estos no permitirían precios de mercado sobre la par, algo que ocurre frecuentemente. Además, si los inversionistas en instrumentos respaldados por hipotecas reciben un prepago óptimo, toda su cartera con instrumentos similares será rescatada al mismo tiempo. Algunos autores, como Dunn y McConnell (1981a, 1981b) y Stanton (1995), agregan parámetros

¹ Por ejemplo, de la Ecuación Diferencial Parcial Fundamental para Activos contingentes formulada en el Anexo C, el precio de un bono dependiente de un proceso de tasas de interés de Vasicek de 1 factor se ve representado por la ecuación $1/2 P\sigma^2 + P\lambda(\alpha - r) + P_t - rP = 0$. Las condiciones de borde están dadas por $P_t \leq F_t + CT_t$, donde P_t es el valor del bono en el tiempo t , F_t es el valor par y CT_t son los costos de transacción asociados.

externos para sobrellevar estos problemas e incorporar de esta manera un prepago subóptimo, pero estas alternativas de modelación poseen algunas limitantes en la modelación de dicho prepago.

Si se considera el prepago como óptimo, la obtención de una estrategia óptima resulta crucial para valorizar adecuadamente esta clase de activos de tipo americano. El encontrar esta política corresponde a un problema de programación dinámica¹, y todos los métodos descritos anteriormente comparten la característica de trabajar hacia atrás en el tiempo para resolver este problema de decisión óptima.

A diferencia de las opciones europeas, para las opciones americanas no ha sido posible encontrar fórmulas cerradas, excepto para algunos casos especiales, como una opción de venta con duración infinita. Esta falencia de expresiones analíticas ha sido compensada con la aparición de un gran número de métodos numéricos de valorización, como métodos de diferencias finitas, diferentes tipos de árboles (ej. binomiales, trinomiales, etc.), métodos híbridos de diferencias finitas como Crank-Nicholson y Hopscotch y métodos basados en simulación como Barraquand y Martineau (1995) y Longstaff y Schwartz (2001).

En un principio, la aplicación de estas metodologías se vio restringida a métodos que incluían un solo activo subyacente, o bien, una única fuente de incertidumbre (lo que se reconoce en la literatura como el caso “unidimensional”). Hoy en día, incluso en aquellos casos donde existe único activo subyacente, la tendencia actual apunta hacia la inclusión de múltiples fuentes de incertidumbre. Por ejemplo, existen modelos con volatilidad aleatoria, riesgo de crédito, y retornos por conveniencia estocásticos. Esta inclinación hacia modelos “multidimensionales” resulta especialmente evidente en el área de tasas de interés, donde las curvas de rendimiento de los bonos consideran hasta diez factores estocásticos.

Desafortunadamente, todas estas tecnologías comparten la limitante de requerir capacidades computacionales que se incrementan de manera exponencial según

¹ La programación dinámica es un método ascendente, ya que primero divide el problema original en subproblemas. Combinando las soluciones de estos subproblemas, se obtienen las soluciones de ejemplares sucesivamente más grandes, hasta llegar a resolver el problema original.

aumenta la dimensión del problema¹. En la práctica, esto significa que estos algoritmos resultan inconvenientes de aplicar en activos que dependen de 3 o más variables de estado.

b) Prepago Óptimo y Subóptimo:

Además del prepago óptimo explicado anteriormente, otro tipo de prepago ocurre por razones exógenas y, aunque presumiblemente beneficia al deudor, no minimiza el valor de mercado del *mortgage*. Las motivaciones de tal prepago son principalmente razones personales tales como venta de la casa debido a un trabajo nuevo, o cambio en el tamaño de la familia, como se estudiará más adelante en este capítulo. A diferencia del prepago endógeno, éste tipo de prepago no minimiza el valor de mercado de la deuda, por consecuencia se denomina “subóptimo”.

Además, mientras las diferentes instituciones crediticias intentan agrupar en forma homogénea los deudores, otorgándoles diversas tasas de interés y plazos para los créditos, resulta inevitable que existan ciertas diferencias entre ellos. Estas diferencias llevan a que tengan diferentes tasas y velocidades de prepago. Por ejemplo, asumiendo que una gran fracción del total de créditos emitidos a cierta tasa y plazo ha sido prepago, aquellas personas que no lo han hecho son predominantemente “lentos” para prepagar para cualquier nivel de tasas de interés. Contrariamente, si una pequeña fracción ha prepago, la fracción de deudores de prepago “rápido” será alta, y las tasas esperadas de prepago serán relativamente altas también.

La conducta heterogénea, y los prepagos subóptimos hacen que la frontera de ejercicio de un *mortgage* no se encuentre bien definida, a diferencia de los que ocurre con los modelos tradicionales de opciones. Es por ello que los modelos de valorización de *mortgages* deben utilizar funciones de prepago que incorporen tanto el prepago óptimo, como el subóptimo y las diferentes conductas heterogéneas.

Entonces, cuando el ejercicio de la opción es conocido proveniente de un modelo externo de prepago, el método de simulación de Monte Carlo es el más adecuado. Esta técnica genera trayectorias de los precios de los activos subyacentes o de las variables de estado hacia adelante en el tiempo. A su vez, la simulación de Monte

¹ Algunos autores denominan a este problema como “maldición de la dimensionalidad”.

Carlo resulta muy eficiente. Esto se debe a que la tasa de convergencia de la simulación es independiente de la dimensión de problema.

Este procedimiento tiene la ventaja de permitir el uso de flujos enmarañados y de procesos estocásticos complejos, además de utilizar modelos de prepago más descriptivos y precisos, que son sensibles ante las variaciones de las tasas de interés. Por su parte, puede ser utilizado cuando los flujos dependen de la trayectoria que sigue alguna variable, no sólo de su valor terminal. En resumen, este tipo de estimación “hacia adelante” resulta conveniente para los inversionistas en LCH donde la mayor preocupación es el prepago, que para las instituciones emisoras de créditos individuales donde el riesgo de no-pago es más relevante.

3.1.5 Simulación

En esta sección se introduce el concepto de Tasa Condicional de Prepago (*Conditional Prepayment Rate* o CPR), ingrediente esencial de la obtención del flujo de caja proyectado, y que será desarrollado en forma más profunda más adelante en este capítulo. En términos genéricos, la CPR representa la probabilidad anualizada de prepago en un instante determinado de tiempo, condicional a que no ha sido prepago anteriormente, y es obtenida de algún modelo de prepago que involucra tanto prepagos óptimos como subóptimos.

Según lo anterior, se considera una LCH emitida a tasa fija, con cupones iguales que pueden ser mensuales, trimestrales, semestrales o anuales. Entonces

$$\pi_{EQ}^t = 1 - (1 - CPR_t)^{1/Periodicidad} \quad (3.6)$$

donde CPR es la tasa condicional proveniente de un modelo de prepago y π_{EQ}^t es la probabilidad equivalente. A su vez la tasa de emisión equivalente es

$$r_{EQ} = (1 + r_{ANUAL})^{Periodicidad/12} - 1 \quad (3.7)$$

El flujo proyectado de los cupones C_i^* se calcula de la siguiente forma:

$$C_i^* = K_{i-1}^* \cdot \left(\frac{1}{r_{EQ}} - \frac{1}{r_{EQ} \cdot (1 + r_{EQ})^{N-i}} \right)^{-1} \quad i=1 \dots N-1 \quad (3.8)$$

Los intereses I_i^* se pagan sobre el capital insoluto anterior, en este caso 1 UF de base, sin considerar los días efectivos.

$$I_i^* = K_{i-1}^* \cdot r_{EQ} \quad (3.9)$$

El pago del principal que se proyecta corresponde a:

$$A_i^* = C_i^* - I_i^* \quad (3.10)$$

Entonces el valor esperado del monto del principal PP_i^* que se prepaga en cada cupón es:

$$PP_i^* = \pi_{EQ}^t \cdot (K_{i-1}^* - A_i^*) \quad (3.11)$$

Y el nuevo saldo es el anterior menos la parte amortizada para la actual fecha de pago de cupón.

$$K_i^* = K_{i-1}^* - A_i^* - PP_i^* \quad (3.12)$$

Finalmente el flujo de caja de la letra considerando prepago es:

$$FC_i^* = C_i^* + PP_i^* \quad (3.13)$$

Tabla III-1: Ejemplo tabla de desarrollo sin prepago y utilizando un prepago constante de 10% anual

Nº	Letra sin Prepago					Letra con Prepago					
	C	I	A	K	FC	C^*	I^*	A^*	PP^*	K^*	FC^*
0				100						100	
1	13,2	1,227	11,973	88,027	13,2	13,2	1,227	11,973	2,288	85,739	15,489
2	13,2	1,080	12,120	75,907	13,2	12,857	1,052	11,805	1,922	72,012	14,779
3	13,2	0,932	12,269	63,639	13,2	12,523	0,884	11,639	1,569	58,803	14,092
4	13,2	0,781	12,419	51,220	13,2	12,197	0,722	11,476	1,230	46,098	13,428
5	13,2	0,629	12,572	38,648	13,2	11,880	0,566	11,314	0,904	33,879	12,784
6	13,2	0,474	12,726	25,922	13,2	11,571	0,416	11,156	0,591	22,133	12,162
7	13,2	0,318	12,882	13,040	13,2	11,270	0,272	10,999	0,289	10,844	11,560
8	13,2	0,160	13,040	0	13,2	10,977	0,133	10,844	0	0	10,977

En la tabla III-1 se muestra un ejemplo de tabla de desarrollo de una letra ficticia emitida a una tasa 5%, a 2 años plazo con pagos trimestrales. Los flujos sin prepago son calculados mediante la formulación descrita en el capítulo II, o bien asumiendo un prepago igual a 0 para todos los periodos. Similarmente se proyecta los flujos asumiendo un prepago anual constante de 10%.

De forma similar es posible proyectar los flujos en forma continua. Cabe destacar que, tanto la forma discreta como continua, tienen su completa equivalencia en la valorización de un bono. La manera de calcular es muy similar al caso discreto, y sólo difiere en las fórmulas que se detallan a continuación:

$$r_{EQ} = \log(1 + r_{ANUAL}) \quad (3.14)$$

Mientras el cupón continuo es:

$$C_i^* = K_{i-1}^* \frac{r_{EQ}}{1 - e^{-r_{EQ}(T-t)}} dt \quad (3.15)$$

donde T es la madurez inicial del instrumento y dt el intervalo de tiempo. Los intereses I_i^* se pagan sobre el capital insoluto anterior.

$$I_i^* = K_{i-1}^* \cdot r_{EQ} \cdot dt \quad (3.16)$$

Entonces el valor esperado del monto del principal PP_i^* que se prepaga en cada cupón es:

$$PP_i^* = \lambda^t \cdot (K_{i-1}^* - A_i^*) \cdot dt \quad (3.17)$$

con λ^t la probabilidad de prepago instantánea, en tiempo continuo. Estudios como Schwartz y Torous (1989) adoptaron este procedimiento.

Una vez definida la forma de modelación, continua o discreta, el procedimiento de valorización mediante Simulación de Monte Carlo se ejecuta de la siguiente forma:

- a) Se simula el proceso de las variables de estado (tasas de interés) para intervalos de tiempo determinados durante la vida del instrumento a valorizar, utilizando para ello distribuciones ajustadas por riesgo que deben ser consistentes con las tasas actuales y la historia. Esto previene la probabilidad de arbitraje. Es fundamental que los pasos

de la simulación coincidan con las fechas de pago de los cupones, en el caso discreto.

Tabla III-2: Ejemplo de trayectorias de tasas en simulación de Monte Carlo

N° Cupón	Número de Trayectoria			
	1	2	...	N
1	$r_1(1)$	$r_1(2)$...	$r_1(N)$
2	$r_2(1)$	$r_2(2)$...	$r_2(N)$
:	:	:		:
T	$r_T(1)$	$r_T(2)$...	$r_T(N)$

- b) Luego se aplica un modelo de prepago para proyectar los flujos de acuerdo a cada trayectoria de tasas obtenida, de manera similar a la tabla III-1. De acuerdo lo anterior es posible que la función de prepago sea dependiente de la trayectoria anterior de tasas.

Tabla III-3: Ejemplo de flujos estimados en simulación de Monte Carlo

N° Cupón	Número de Trayectoria			
	1	2	...	N
1	$FC_1(1)$	$FC_1(2)$...	$FC_1(N)$
2	$FC_2(1)$	$FC_2(2)$...	$FC_2(N)$
:	:	:		:
T	$FC_T(1)$	$FC_T(2)$...	$FC_T(N)$

- c) Luego se traen a valor presente los flujos obtenidos en el punto b) utilizando para ellos cada trayectoria de tasas libre de riesgo obtenida anteriormente.
- d) Finalmente se obtiene un promedio simple de los valores presentes. Este promedio debería converger al valor esperado deseado mientras más y más simulaciones fueran realizadas.

Para la simulación es conveniente utilizar algún método de reducción de varianza¹, que ayude obtener una convergencia con menor número de simulaciones.

El valor de P_{NC} se encuentra determinado al descontar los flujos del instrumento a la tasa libre de riesgo, sin considerar el prepago. Mediante el procedimiento de simulación explicado es posible obtener el valor de $P = P_{NC} - V_{Opcion}$, asumiendo un prepago. De la ecuación (3.5), y considerando un precio de mercado P_{LCH} , se puede despejar V_{RL} que representa el valor del riesgo de crédito más liquidez. Luego, de los valores calculados y los flujos de la letra, es factible obtener la TIR implícita y sus *spreads* asociados.

3.1.6 Option-Adjusted Spread (OAS)

En el mercado de las LCH, los inversionistas ofrecen instrumentos con TIR extraordinarias, sobre 200 o 300 puntos base sobre bonos comparables libres de riesgo. Según ya se ha analizado, esta rentabilidad adicional proviene en cierta medida del riesgo de prepago que los instrumentos con respaldo hipotecario presentan.

Una manera de medir el valor de la rentabilidad adicional es con la forma de modelación explicada en la sección anterior, descomponiendo la TIR del instrumento. Otra alternativa es mediante el *Option-Adjusted Spread*, que representa el *spread* esperado por sobre instrumentos similares libres de riesgo, después de realizar un ajuste en los precios debido a la opción o riesgo de prepago inherente en el activo, pero utilizando un *spread* uniforme sumado a la tasa *forward* libre de riesgo².

El valor de este *spread* permite a los inversionistas juzgar el grado en que están siendo recompensados por riesgo crediticio o liquidez u otros factores posibles en un instrumento en particular. Un inversionista, ante un bono con riesgo de crédito y liquidez comparables, debería comprar el bono que tenga el mayor OAS, esto es el bono que ofrece mayor compensación por el riesgo que se está tomando.

¹ Para una discusión de técnicas de reducción de varianza, ver Boyle (1977).

² Al tratarse de un *spread* uniforme, es visto como un incremento en las tasas spot.

Otro de los principales beneficios del OAS es el hecho de predecir en forma precisa el cambio en los precios de las LCH cuando varían las tasas de interés. Este cambio en los precios depende de la llamada Duración Efectiva. La Duración Efectiva en si misma también sufre variaciones, y esto es llamado Convexidad Efectiva. Como una práctica cada vez más común, los gerentes de riesgo usan esta sensibilidad de valor para determinar el riesgo de cartera marginal adicional por esta inversión.

Cuando las tasas cambian, el riesgo de prepago en el activo también cambia. Entonces, simplemente ajustando la tasa de descuento original para reflejar cambios en las tasas libre de riesgo no captura el efecto del aumento o disminución de los prepagos. El cambiar los supuestos de prepago ante un nuevo nivel de tasas no refleja en forma precisa la incerteza o varianza de los prepagos futuros. Sin embargo, el *spread* promedio después de corregir por riesgo de prepago y por variación de tasas debería permanecer relativamente más estable.

Entonces, para calcular la Duración y Convexidad Efectivas, es necesario ajustar las tasas libres de riesgo arriba y abajo ligeramente para ver cómo el valor del instrumento cambiaría dado este mismo *spread*. Se asume que la estructura completa de tasas cambia de acuerdo a un mismo número de puntos base, esto es, existe un cambio paralelo también en la TIR considerada. Para más detalles ver el Anexo E.

3.1.7 Estudios Anteriores

Un sinnúmero de estudios se ha realizado acerca de la valorización de instrumentos hipotecarios en los Estados Unidos. A continuación se mencionan los más representativos.

La existencia del prepago subóptimo ha llevado a la adición de prepagos no-óptimos a los modelos de valorización de opciones tradicionales. Dunn y McConnell (1981a, 1981b) utiliza este enfoque en un modelo de valorización de 1 factor (tasa de interés) libre de *default*. Para explicar el prepago se agrega un proceso de *Poison* para modelar los prepagos adicionales para los deudores con la opción *out-of-the-money*. Este estudio no representa adecuadamente el hecho de que algunos mortgages no son prepagados aunque la opción se encuentre *in-the-money*.

Brennan y Schwartz (1985), que continúa con el estudio de Dunn y McConnell, es un modelo de valorización de 2 factores (ambos sobre la tasa de interés),

que no considera *default*. Asume que existe una probabilidad autónoma de prepago aún cuando las tasas de refinanciamiento estén por sobre o por debajo de las tasas de emisión.

Schwartz y Torous (1989) utiliza un modelo de prepago empírico (que extiende el modelo de Brennan y Schwartz), con una probabilidad condicional asociada a que no ha sido prepago con anterioridad. Modela este prepago como un modelo de función de riesgo proporcional (*proportional hazard function*) y es capaz de reconocer ambos tipos de prepago, óptimo y subóptimo.

Titman y Torous (1989) examina los efectos de *default* óptimo en ausencia de costos de transacción en la valorización de *mortgages* comerciales, en los que en contraste a los *mortgages* residenciales, el prepago está prohibido. A su vez consideran en su modelo el valor de las viviendas como determinante del *default*, el cual es incluido mediante un proceso estocástico correlacionado con las tasas de interés instantáneas.

Schwartz y Torous (1992) se dedica a la valorización de *Passthrough*, instrumento que no tiene *default* como instrumento en sí por el respaldo gubernamental, pero que sí se ve afectado por el *default* de los deudores en forma de prepago. Valoriza de forma simultánea el *mortgage*, el *Passthrough* y el seguro implicado en dicho crédito. Utiliza una función de probabilidad condicional de *default* y otra de prepago que interactúan entre sí.

Giliberto y Ling (1992) ignora el prepago que no esté relacionado con la tasa de interés, entonces no puede explicar el por qué algunos de los *mortgages* son prepagados aún cuando la opción está *out-of-the-money*. El problema radica en que este modelo no considera la heterogeneidad de los deudores, lo que significa que al llegar a determinado precio de ejercicio, todos ellos prepagan súbitamente.

Archer y Ling (1993) desarrolla un modelo de prepago que incorpora los dos tipos de prepago no-óptimos (prepagar cuando económicamente no conviene hacerlo y no prepagar cuando conviene) y retiene el prepago óptimo. Utiliza un método en el cual se escoge un modelo de tasa de interés subyacente y luego se utiliza métodos iterativos de resolución hasta que se establece el precio actual del MBS.

Kau, Keenan, Muller y Epperson (1992) es muy similar a Archer y Ling (1993) en el sentido que se especifica una probabilidad de prepago. Entonces se

encuentra un valor esperado del *mortgage*, óptimo y exógeno con sus probabilidades apropiadas. Esta aproximación reconoce la interacción entre el prepago óptimo y exógeno. El prepago exógeno se especifica utilizando los estándares de la PSA (Public Securities Association).

Kau, Keenan, Muller y Epperson (1995) es muy similar a Kau, Keenan, Muller y Epperson (1992), pero sólo considera la terminación financiera del crédito, también llamada terminación óptima y no considera la no óptima.

Stanton (1995) es una extensión de los modelos basados en opciones que utiliza los datos de prepago de la GNMA. Este modelo considera sólo el prepago, ignorando completamente el *default*. El modelo permite la heterogeneidad de los deudores por medio de una distribución Beta de los costos de transacción involucrados en el refinanciamiento, y asigna valores a los parámetros de prepago exógeno.

Boudoukh, Richardson, Stanton y Whitelaw (1997) emplea una estimación de densidad multivariada para estimar la relación funcional de los MBS con sus variables explicativas. Señala que el precio de los MBS depende de 2 variables: la *yield* de 10 años y el *spread* entre esa *yield* y la de 3 meses de los bonos del tesoro estadounidense. Luego estiman una distribución conjunta que finalmente determina los precios de los MBS. La principal desventaja es que es intensiva en datos y en tiempo de resolución aunque no necesita datos de prepago.

Collin-Dufresne y Harding (1999) desarrolla una formula cerrada analítica para valorizar *mortgages* con tasa fija y utiliza un modelo empírico de prepago que es menos consistente con las especificaciones más recientes de las funciones de riesgo. La principal ventaja que tiene una formula analítica es la velocidad con la que se pueden calcular variables significativas para la administración de un portafolio de renta fija, tales como el precio, la duración y la convexidad. La desventaja obvia es que el modelo de prepago utilizado es muy precario y los resultados que entrega son muy deficientes.

Deng, Quigley y Van Order (2000), como modelos predecesores, incorpora el valor de las viviendas como un determinante importante de la terminación de un *mortgage* y a su vez incorpora la heterogeneidad de los deudores en la función de prepago.

Downing, Stanton y Wallace (2001) es similar a Stanton (1995), pero agrega el factor relacionado al precio de las viviendas como un proceso browniano geométrico. Las probabilidades de prepago o *default* son modeladas mediante un parámetro que depende de otros valores para reflejar mejor la realidad.

Kariya, Ushiyama y Pliska (2002) extiende el trabajo de Kariya y Kobayashi (2000) cuyo principal aporte es distinguir entre las tasas libre de riesgo utilizadas para descontar los flujos y las tasas de refinanciamiento.

3.2 Nociones Básicas y Modelación del Prepago

La siguiente sección muestra los modelos de prepago indispensables para utilizar en los modelos de valorización explicados en las secciones anteriores.

La importante expansión del mercado hipotecario mundial ha despertado el interés de numerosos investigadores. Gran parte del estudio de los *mortgages* en Estados Unidos se ha enfocado en modelos que permitan estimar y pronosticar la conducta de prepago de la gente, permitiendo una modelación cada vez más precisa y confiable.

En Chile, la situación difiere notablemente, puesto que el tema de los prepagos ha permanecido escasamente explorado. En este sentido, se busca proponer una forma de modelación similar a la utilizada en mercados desarrollados, como una forma de entender el prepago y llevar a una valorización más adecuada de la opción presente en los instrumentos dependientes de dicho prepago.

3.2.1 Determinantes de los Prepagos

En primera instancia, es indispensable conocer algunas de las variables que determinan la conducta de prepago observada, para proponer y realizar una modelación adecuada. Algunas de las variables más comunes se mencionan a continuación¹:

¹ Más detalles sobre las conductas de prepago en Richard y Roll (1989), Quigley y Van Order (1990), Fabozzi y Modigliani (1992), Stanton (1995), Deng, Quigley y Van Order (2000) y Perry, Robinson y Rowland (2001), entre otros.

a) Variables Financieras:

- i) *Spread* entre la tasa de emisión y la tasa vigente: Para que el refinanciamiento tenga sentido, el ahorro de intereses debe ser mayor que los costos de refinanciamiento.
- ii) Trayectoria de las tasas vigentes: Si las tasas vigentes caen bajo la tasa de emisión, luego suben y vuelven a caer, esta segunda vez las personas más propensas a refinanciar ya lo habrán hecho, por lo que el prepago no será el mismo. Con un alto porcentaje de créditos prepagados anteriormente, los deudores que permanecen sin prepagar son menos propensos a efectuar una amortización anticipada de su crédito. Esta conducta es denominada “*burnout*”.
- iii) Nivel de tasas vigentes: Afecta en forma considerable la capacidad de compra de viviendas, proporcionando la oportunidad de comprar una casa más costosa o bien cambiar de lugar de residencia.
- iv) Volatilidad de tasas de interés: Es sabido que la volatilidad es un determinante importante en el valor de las opciones. A mayor volatilidad es posible esperar que aumente el valor de la opción.

b) Variables Macroeconómicas:

Dentro de esta categoría se incluyen variables como el crecimiento en el Producto Geográfico Bruto (PGB) y los niveles de desempleo. Una economía creciente resulta en un aumento de los ingresos per cápita y en las oportunidades de trabajo. Esto aumenta la movilidad habitacional.

Estas variables normalmente son ignoradas en los modelos de prepago producto que necesitan ser pronosticadas a muy largo plazo, además que han probado ser estadísticamente no significativas en dichos modelos.

c) Variables Habitacionales:

- i) Valor de las viviendas: Influye directamente en el prepago ya que al existir un nivel alto de precios los propietarios tienden a vender sus viviendas existentes y compran nuevas. Más aun, estudios recientes demuestran la importancia de este factor para explicar el *default*. Cuando el valor de mercado de la vivienda

es menor al valor de la deuda remanente, el deudor es más proclive a incurrir en el no-pago del crédito.

- ii) Estacionalidad: Esta variable está relacionada con el mercado inmobiliario, en el cual los precios de las viviendas se incrementan en la primavera hasta llegar a su valor máximo durante el verano. Esto afecta los prepagos que son bajos durante el invierno y se incrementan al aproximarse la temporada estival.

d) Variables Específicas del Crédito:

- i) Edad del crédito (tiempo desde la emisión): Evidencia empírica indica que las tasas de prepagado crecen durante los primeros años de vida del crédito, para luego nivelarse a un valor constante. Este efecto se denomina “*seasoning*” y se puede apreciar en el modelo PSA que se verá más adelante en este capítulo.
- ii) Plazo del crédito: Por ejemplo, un crédito con un plazo nominal de 12 años recién emitido puede tener conducta diferente de prepagado al de uno emitido a 20 años y que le quedan 12 años remanentes.
- iii) Razón Préstamo-Valor de la vivienda o *Loan to Value Ratio* (LTV): Corresponde al monto prestado como porcentaje del valor de la vivienda hipotecada. Ha demostrado tener importancia significativa en la predicción del *default*. A mayor LTV es más probable que el deudor no pague el crédito ante una baja del precio de la vivienda.
- iv) Costo de refinanciamiento: Considera impuestos y penalizaciones.

e) Variables Específicas del Deudor:

- i) Edad, estado marital y ocupación.
- ii) Ubicación geográfica de la vivienda: Diferencias en economías locales pueden afectar la rotación habitacional.
- iii) Tipo de deudor: El comportamiento de prepagado difiere si para el cliente es la primera compra de una vivienda y no ha refinanciado nunca un crédito o es un cliente antiguo y ya ha refinanciado su crédito con otro de igual naturaleza.
- iv) Razón Dividendo-Sueldo o *Loan to Salary Ratio* (LTS): Corresponde a los ingresos como porcentaje de los dividendos.

- v) Otros productos sostenidos entre el deudor y la institución financiera: refleja una relación fuerte o débil entre ellos.

Estas variables corresponden a información privada de las instituciones crediticias, pero existe una tendencia en el mercado a asociar algunas de estas variables con los estratos socioeconómicos hacia los cuales se encuentran enfocados los distintos bancos.

3.2.2 Conceptos Básicos y Principios de la Modelación del Prepago

Gran parte de la literatura suele referirse a los prepagos mediante un indicador denominado *Condional Prepayment Rate* o *CPR*, que surge de anualizar la tasa de prepago observada en un mes. Esta última denominada *Single Monthly Mortality Rate* o *SMM* se calcula como:

$$SMM_t = \frac{\sum_{i=1}^n Ppgo_{it}}{\sum_{i=1}^n (Saldo_{it} - Amort_{it})} \quad (3.18)$$

donde n es la cantidad de créditos activos al mes t , $Ppgo_{it}$ es el monto prepago, y $Saldo_{it}$ y $Amort_{it}$ son el saldo de la deuda al inicio de t y la amortización programada del período, respectivamente. La *CPR* adopta entonces la expresión $CPR_t = 1 - (1 - SMM_t)^{12}$.

En términos genéricos, la *CPR* representa la probabilidad anualizada de prepago en un instante determinado de tiempo, condicional a que no ha sido prepago anteriormente. Esta probabilidad, obtenida de algún modelo de prepago que involucra tanto prepagos óptimos como subóptimos, es un ingrediente esencial de las metodologías modernas de valorización de *mortgages*.

El modelo más estudiado y utilizado actualmente, que incorpora ambos tipos de prepago, es el modelo de riesgos proporcionales introducido por Cox y Oakes (1984) y adaptado a los *mortgages* por Green y Shoven (1986). Para la modelación utilizan las llamadas funciones de riesgo o “*hazard function*”, en donde el hecho de interés es el prepago. En términos genéricos, estas funciones describen el riesgo instantáneo que

ciertos eventos (entendido como un cambio cualitativo o de un estado en el tiempo) se lleven a cabo en cierto instante condicional a que no han ocurrido hasta dicho momento.

En la forma general, el tiempo de supervivencia en un periodo de tiempo será representado por la variable aleatoria T . Entonces, la función de supervivencia para la variable aleatoria es:

$$S(t) = P[T \geq t] \quad (3.19)$$

Esto indica la probabilidad que el crédito hipotecario no sea prepago antes de t . La función $S(t)$ también puede expresarse como:

$$S(t) = 1 - P[T < t] = 1 - F(t) \quad (3.20)$$

con $F(t)$ probabilidad acumulada, donde $S(0) = 1$ y $S(t > 0)$ no puede ser creciente (normalmente es decreciente). Haciendo uso de límites, la función de riesgo en tiempo continuo o razón de fallo $\lambda(t)$ se define entonces como:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[T < t + \Delta t / T \geq t]}{\Delta t} \quad (3.21)$$

O alternativamente

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{dF(t)}{dt} \frac{1}{S(t)} \quad (3.22)$$

con $f(t)$ la función de densidad. Luego puede demostrarse, tras cierta manipulación de (3.22), que

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} \log S(t) \quad (3.23)$$

$$S(t) = \exp\left(\int_0^t \lambda(t) dt\right) = \exp(-\Lambda(t)) \quad (3.24)$$

con $\Lambda(t)$ siendo la llamada razón de fallo integrada. De forma similar, para tiempo discreto, la función de supervivencia condicional a la edad de $t+1$ es definida como la probabilidad que la edad del *mortgage* sea mayor o igual que el periodo que termina en $t+1$ dado que es mayor o igual que el periodo que termina en t :

$$P[T \geq t+1/T \geq t] = \frac{S(t+1)}{S(t)} \quad (3.25)$$

Entonces la función de riesgo en tiempo discreto $\pi(t)$ es

$$\pi(t) = P[T < t+1/T \geq t] = 1 - P[T \geq t+1/T \geq t] = 1 - \frac{S(t+1)}{S(t)} \quad (3.26)$$

A menudo, en la modelación de los datos de “supervivencia”, la relación entre una función de riesgo de prepago y el número de variables explicativas o regresores es modelada, así como los diferentes factores de riesgo que inciden en la conducta observada. La función más común que relaciona los regresores con la función de riesgo es la “*proportional hazard function*” o función de riesgo proporcional de Cox¹.

$$\lambda(t, z(t), \beta) = \lambda_0(t) \exp(z(t)^T \beta) \quad (3.27)$$

Esta función se puede descomponer en $\lambda_0(t)$ que es la función de riesgo base que recoge toda la heterogeneidad individual no contenida en las variables explicativas del modelo, y la función de regresores compuesta por $z(t)$ que es un vector de regresores y por β es un vector de coeficientes constantes. Esta especificación exponencial asegura que la tasa de prepago adquiera siempre valores positivos.

Las formas paramétricas inevitablemente restringen la forma de la función de riesgo subyacente, lo que puede resultar en inconsistencias con la teoría económica. Una alternativa que se ha popularizado es la utilización de la Verosimilitud Parcial de Cox (*Cox's Partial Likelihood* o CPL) de Cox y Oakes (1984), que sólo requiere la existencia de una función de riesgo base estacionaria igual para todos los individuos, es decir puede estimarse β sin necesidad de estimar $\lambda_0(t)$, pero es difícil de implementar computacionalmente. Meyer (1987) resuelve estas deficiencias estimando los parámetros de la función de riesgo base en forma no-paramétrica y en forma simultánea con el vector β de riesgos proporcionales, conformando de esta forma un modelo semi-paramétrico. Esta forma no utiliza una forma continua, sino que la discretiza en tantos intervalos de tiempo como períodos de medición se tengan.

¹ Modelo introducido por Cox y Oakes (1984).

Tabla III-4: Distribuciones paramétricas más utilizadas en modelos de prepagó¹

	Weibull	Log-logistic
Densidad	$f(t) = \gamma \cdot \exp(-\gamma t^\alpha) \alpha t^{\alpha-1}$	$f(t) = \frac{\gamma \alpha (\gamma t)^{\alpha-1}}{(1 + (\gamma t)^\alpha)^2}$
Probabilidad Acumulada	$F(t) = 1 - \exp(-\gamma t^\alpha)$	$F(t) = 1 - \frac{1}{1 + (\gamma t)^\alpha}$
Función de Supervivencia	$S(t) = \exp(-\gamma t^\alpha)$	$S(t) = \frac{1}{1 + (\gamma t)^\alpha}$
Función de Riesgo	$\lambda(t) = \gamma \alpha t^{\alpha-1}$	$\lambda(t) = \frac{\gamma \alpha (\gamma t)^{\alpha-1}}{1 + (\gamma t)^\alpha}$

$$\pi(t) = 1 - \exp\left(-\exp\left(z(t)^T \beta\right) \int_t^{t+1} \lambda_0(u) du\right) \quad (3.28)$$

donde $z(t)$ se asume constante en el periodo entre t y $t+1$. La variable $\pi(t)$ corresponde a la función de riesgo discreta, similar a $\lambda(t)$ que es la función de riesgo continua. La ecuación anterior también puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\pi(t) = 1 - \exp\left(-\exp\left(z(t)^T \beta + \gamma(t)\right)\right) \quad (3.29)$$

con β los parámetros a estimar, $\gamma(t)$ definido como

¹ Otro modelo factible, el exponencial, puede obtenerse fácilmente restringiendo el parámetro $\alpha = 1$ en la función de distribución Weibull.

$$\gamma(t) = \log \left(\int_t^{t+1} \lambda_0(u) du \right) \quad (3.30)$$

Las ecuaciones (3.29) y (3.30) representan la función de riesgo proporcional semi-paramétrica muy utilizada en la actualidad. Esta función requiere estimar tantos $\gamma(t)$ como periodos de observación se posean. El método semi-paramétrico presenta numerosas ventajas en comparación a otras alternativas, entre las que se cuentan: el riesgo base es modelado en forma simultánea con los regresores, no presenta restricciones de forma funcional, permite transformar la función de riesgo proporcional en una regresión simple, y finalmente permite la modelación de riesgos competitivos.

3.2.3 Modelos de Prepago

En esta sección se muestran los diferentes modelos de prepago a utilizar en esta tesis y que serán implementados en el próximo capítulo. Es posible clasificar los modelos de prepago de probabilidades condicionales en 2 grandes grupos: aquellos que no dependen de la estructura prevaleciente de tasas de interés (caso determinístico), y otros que la consideran como su principal factor de riesgo (caso estocástico).

a) Prepago Determinístico

Como puede sospecharse, la tarea de proyectar tasas de prepago no es trivial. La alternativa más simple corresponde a proyectar un prepago constante a través del tiempo, pero presenta numerosas deficiencias¹. Es por ello que en Estados Unidos existe un modelo referencial llamado *PSA Standard Prepayment Benchmark*² (en adelante “PSA”) al que se apela a menudo para realizar dichas proyecciones. Este modelo, que representa en forma empírica un estudio sistemático de numerosas carteras hipotecarias, no explica el origen ni los determinantes posibles de los prepagos observados. Pese a todas sus carencias, ha popularizado su uso en Estados Unidos. También se pueden construir escenarios alternativos mediante el uso de coeficientes de ajuste expresados como porcentaje del PSA base (100% del PSA).

¹ Por ejemplo, un crédito recién emitido tiene probabilidad de prepago casi nula.

² La sigla PSA proviene de Public Securities Association.

$$\begin{aligned}
CPR &= 0,002 \cdot i \cdot \beta & i \leq 29 \\
&= 0,06 \cdot \beta & i > 30
\end{aligned}
\tag{3.31}$$

Donde i es el mes desde el primer día de vida de la cartera, y β es el coeficiente de ajuste.

En este caso no es necesario utilizar simulación para obtener el valor de la opción de prepago, ya que se trata de un caso determinístico, que no depende de la dinámica de tasas de interés.

Este tipo de modelos se debe calibrar con datos de prepago existentes en el minuto de la valorización, o bien en situaciones similares de prepago y tasas de interés de años anteriores.

b) Prepago Estocástico

Para ejemplificar las distintas alternativas de modelación, se utilizarán funciones paramétricas en tiempo continuo y funciones semi-paramétricas en tiempo discreto.

i. Prepago Paramétrico

El primer caso a implementar será una función paramétrica para riesgos simples en tiempo continuo especificada anteriormente. Esta formulación fue propuesta por Schwartz y Torous (1989) y calibrada con prepagos de MBS originados de *mortgages* individuales a tasa fija otorgados por *Ginnie Mae* (o GMNA). La forma funcional del riesgo instantáneo corresponde a la ecuación (3.27)

Esta función considera las 4 principales conductas de prepago: envejecimiento del crédito, refinanciamiento, *burnout*, y estacionalidad.

El envejecimiento del crédito es modelado por la función de riesgo base $\lambda_0(t)$ que presenta la forma funcional *log-logistic* presentada en la tabla III-4. Esta función tiene su máximo en $t^* = (p-1)^{1/p} / \gamma$ para $p > 1$ (p es un parámetro a estimar), consistente con la teoría que señala que el prepago es bajo durante los primeros años del

crédito, se incrementa a medida que va madurando, y decrece cuando se encuentra cercano al vencimiento¹.

El refinanciamiento está motivado por la teoría de opciones, en el sentido que resulta óptimo prepagar cuando las tasas de refinanciamiento son menores a las tasas a las que fue emitido el crédito originalmente. Este modelo utiliza como *proxy* de dicha tasa de refinanciamiento la tasa de largo plazo libre de riesgo obtenida del modelo de Brennan y Schwartz (1979) de 2 factores (tasa instantánea y tasa de largo plazo), debido a que el *mortgage* es señalado como un instrumento de largo plazo y se ve influenciado por dicha tasa principalmente. Entonces se define el regresor

$$z_{1t} = c - l_{t-s} \quad s \geq 0 \quad (3.32)$$

donde c es la tasa contractual continua, l es la tasa de largo plazo en el tiempo t y s es el rezago². Para considerar la posibilidad que los prepagos se aceleren cuando las tasas de refinanciamiento son suficientemente bajas, se considera³

$$z_{2t} = (c - l_{t-s})^3 \quad s \geq 0 \quad (3.33)$$

La conducta definida como “*burnout*”, que recoge la heterogeneidad en los deudores en la conducta y depende de la trayectoria pasada de tasas de interés, es modelada mediante

$$z_{3t} = \log(K_t^*/K_t) \quad (3.34)$$

con K_t^* el saldo no amortizado en t y K_t es el saldo no amortizado suponiendo que no existieran prepagos.

¹ Ver Askin (1985).

² Schwartz y Torous (1989) señalan que la función de prepago entrega mejores resultados considerando un rezago de 3 meses.

³ Algunos autores utilizan también términos cuadráticos de la variable de refinanciamiento con el fin de reflejar las no-linealidades observadas en las opciones. Más referencias en Deng, Quigley y Van Order (2000).

Finalmente considera una variable *Dummy* que determina la estacionalidad en el modelo¹. Lo anterior responde a que existe una mayor actividad de prepago en los meses de primavera y verano que en el resto del año. Para poder mostrar de mejor forma la metodología implementada, se utilizarán los parámetros de la función sin considerar estacionalidad.

ii. Prepago Semi-Paramétrico

El segundo caso a implementar corresponde a la función en tiempo discreto semi-paramétrica para riesgos simples detallada anteriormente. Esta especificación de la función de riesgo es muy empleada en la actualidad, y se utilizarán los parámetros estimados por Follain, Ondrich y Sinha (1997) para *multifamily mortgages* de *Freddie Mac* de tasa fija muy similares al caso chileno, con prepagos trimestrales. La forma funcional del riesgo instantáneo corresponde a la ecuación (3.29).

Esta función considera 2 de las principales conductas de prepago: envejecimiento del crédito, refinanciamiento.

La variable que representa al refinanciamiento está determinada en términos del valor económico de prepagar, lo que permite incorporar fácilmente costos de transacción. Es decir, un deudor se refinanciará óptimamente si $M(t) - F(t) > CT(t)$, con $F(t)$ y $M(t)$ el valor presente de los flujos descontados a la tasa de emisión y a las tasas actuales de refinanciamiento, respectivamente, y $CT(t)$ el costo de transacción que conlleva dicho proceso. Esto se puede resumir como:

$$\sum_{i=0}^{N-n} \frac{C(t_i)}{(1+r_{ref})^{t_i}} - \sum_{i=0}^{N-n} \frac{C(t_i)}{(1+r_{em})^{t_i}} > CT(t) \quad (3.35)$$

siendo N la cantidad de cupones, n es la cantidad de cupones pagados a la fecha, y t_i el plazo restante en años para el pago de cada cupón $C(t_i)$. Entonces se

¹ Askin (1985) y Stanton (1995) entre otros estudios demuestran la existencia de cierta estacionalidad de los prepagos, por ello resulta aconsejable incluir una variable para ello. Obviamente estas variables deben ser adaptadas al hemisferio sur.

puede definir la variable $z(t)$, relacionada con el valor para el deudor de ejercer su opción de prepagar como porcentaje de su capital adeudado.

$$z(t) = \frac{\sum_{i=0}^{N-n} \frac{C(t_i)}{(1+r_{ref})^{t_i}} - \sum_{i=0}^{N-n} \frac{C(t_i)}{(1+r_{em})^{t_i}} - CT(t)}{\sum_{i=0}^{N-n} \frac{C(t_i)}{(1+r_{em})^{t_i}}} \quad (3.36)$$

Si $z(t)$ es positiva, el deudor se beneficiará al refinanciar el crédito a las tasas prevalecientes en el mercado. Si es negativa, involucrará un costo para el deudor, incurriendo en un prepago subóptimo. En la modelación se consideró el costo de transacción igual a cero.

Es importante señalar que la función de prepago involucra regresores que son dependientes del tiempo. En general, la trayectoria completa de los regresores dependientes del tiempo influye en la probabilidad de prepago. Por ejemplo, la probabilidad de prepago de un *mortgage* depende no sólo de la historia de las tasas de refinanciamiento pasadas, sino de las expectativas sobre las tasas futuras. Sin embargo, siguiendo a Green y Shoven (1986), se considera sólo los valores actuales de los regresores, ya que ellos contienen la historia pasada de prepagos.

Para este modelo es necesario tener una estimación de las tasas de refinanciamiento prevalecientes en el mercado, y de su dinámica.

La siguiente tabla entrega un resumen de los diferentes modelos de prepago utilizados en esta tesis, y que serán implementados en el próximo capítulo.

Tabla III-5: Cuadro resumen de modelos de prepago

	Modelo A	Modelo B	Modelo C	Modelo D
Tipo	Prepago Constante	Estándar PSA	Prepago Paramétrico en Tiempo Continuo	Prepago Semi-Paramétrico en Tiempo Discreto
Tiempo	Discreto	Discreto	Continuo	Discreto
Forma funcional	β	$0,002 \cdot i \cdot \beta \quad i \leq 29$ $0,06 \cdot \beta \quad i > 30$	$\lambda_0(t) \exp(z(t)^T \beta)$	$1 - \exp(-\exp(z\beta + \gamma(t)))$
Riesgo base	No tiene	No tiene	$\lambda_0(t)$ Paramétrico	$\gamma(t)$ No-Paramétrico
Nº de regresores	No tiene	No tiene	3	1
Variable de refinanciamiento	No tiene	No tiene	Diferencia de tasas	Diferencia de valores presentes (es posible incluir costos de transacción)
Calibración	Se asume prepago actual o de situaciones similares anteriores	Se asume prepago actual o de situaciones similares anteriores	Máxima verosimilitud con datos históricos	Máxima verosimilitud con datos históricos

3.2.4 Estudios Anteriores

La conducta de prepago es un fenómeno muy estudiado en la literatura de Estados Unidos, debido a la gran importancia del mercado inmobiliario de dicho país. Con ello, a lo largo de los años se han logrado significativos avances en la modelación del prepago de *mortgages* y de MBS, permitiendo una valorización de los instrumentos respaldados por hipotecas cada vez más precisa y confiable.

El modelo más estudiado y utilizado actualmente es el modelo de riesgos proporcionales introducido por Cox y Oakes (1984) y adaptado a los *mortgages* por Green y Shoven (1986). Este modelo constituyó una mejora significativa en el tratamiento de los *mortgages* que no son prepagados durante el periodo de muestra. El

poder explicativo del modelo se basa en una variable independiente directamente relacionada con la posibilidad de refinanciamiento.

Quigley (1988) continuó con el trabajo de Green y Shoven pero incluyendo factores de movilidad habitacional. Demostró que están positivamente correlacionados con el prepago y que resultan significativos a la hora de estimar el modelo.

Schwartz y Torous (1989) aplica el modelo para obtener probabilidades continuas de prepago e impusieron mejoras mediante una función log-logística como función de riesgo base y concluyeron que es consistente con la conducta de prepago observada. Este modelo de prepago fue integrado en un modelo de valorización de MBS.

Usando un modelo similar al de Schwartz y Torous (1989), Giliberto y Thibodeau (1989) hizo una importante contribución añadiendo datos individuales de los créditos e incluyendo algunas variables específicas del deudor. Hakin (1994) es similar al anterior, pero agrega algunos efectos de “envejecimiento” del *mortgage*.

Deng (1995) estimó un modelo de prepago utilizando una tasa de refinanciamiento estocástica y asumiendo riesgos de prepago y *default*. Demostró que el prepago explicado por su modelo sobreestima el prepago existente.

Han y Hausman (1990), Sueyoshi (1992) y McCall (1996), sugirieron una estimación por máxima verosimilitud y asumen riesgos competitivos (prepago y *default*), así como también, asumiendo que las variables del modelo pueden ser dependientes del tiempo.

Follain, Ondrich y Sinha (1997) estima una función de prepago semi-paramétrica usando datos de la FHLMC con *multifamily mortgages*. Los autores identifican la importancia de la heterogeneidad no observada de los deudores en explicar el prepago.

Ambrose y Capone (2000) asume una dependencia constante del tiempo cuando estiman la función de riesgo base, pero incluyen más variables que son dependientes del tiempo como regresores adicionales.

Deng, Quigley y Van Order (2000) modela el prepago y *default* como riesgos competitivos para examinar en forma efectiva la opción call y put. Dividen los deudores en 3 grupos para mostrar la heterogeneidad entre ellos en el prepago. El *default* demuestra tener una conducta más homogénea.

IV METODOLOGÍA Y RESULTADOS DE LA VALORIZACION DE LA OPCION DE PREPAGO

En un instrumento como las LCH, tanto sus precios como el valor de la opción implícita en ellos son difíciles de determinar con precisión, debido a la fuerte dependencia que tienen de la conducta de los deudores hipotecarios. Es por ello que en este capítulo se implementa un marco de valorización conjunto presentado en el capítulo III, que incorpora una función de prepago exógena en un contexto de tasas de interés estocásticas.

La metodología de modelación propuesta busca extraer información de los precios de mercado de las Letras de Crédito Hipotecario, tales como: riesgo de prepago, riesgo de crédito o de emisor y riesgo de liquidez¹. Esto permitirá estudiar el comportamiento de los *spreads* de las LCH después de realizar un ajuste por la opción de prepago implícita.

Para implementar la metodología es necesario contar con un modelo dinámico de tasas de interés, un modelo de prepago, y con transacciones de mercado de LCH, así como también definir la forma de modelación, ya sea en tiempo continuo o en tiempo discreto. Tradicionalmente, gran parte de los estudios de prepago y de valorización de *mortgages* y MBS utilizaban una metodología de valorización en tiempo continuo. Sin embargo, en los últimos años se ha optado por utilizar una metodología en tiempo discreto. Las formulaciones adoptadas en este capítulo abordan en detalle ambas formas de modelación, permitiendo destacar las ventajas y desventajas en cada caso.

Como modelo dinámico de tasas de interés libre de riesgo se utilizó un modelo de Vasicek multifactorial, calibrado para el mercado chileno en Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003). Para modelar el prepago se utilizaron los modelos de probabilidades condicionales especificados en el capítulo anterior, tanto aquellos que no dependen de la estructura prevaleciente de tasas de interés (probabilidades constantes y PSA), como otros que la consideran como su principal factor de riesgo (Schwartz y

¹ En adelante, los riesgos de crédito y de liquidez serán tratados como un riesgo único, llamado riesgo de crédito-liquidez.

Torous (1989) y Follain, Ondrich y Sinha (1997)). Debido a la ausencia de datos de prepago en el mercado chileno, los modelos presentados asumen un comportamiento similar al de Estados Unidos. Por esta razón no se incluyen cálculos de ajuste en la estimación de la función de prepago, pero sí algunos análisis de sensibilidad correspondientes a los modelos generales propuestos. Sin embargo, sería posible en el futuro recopilar datos de prepago para recalibrar dichos modelos.

En este capítulo se entrega además formas alternativas de determinar, mediante el OAS, la compensación que se obtiene por el riesgo asumido en un instrumento hipotecario, además de algunas medidas que son de gran utilidad a la hora de realizar coberturas de riesgo, como son la duración y convexidad efectivas. Finalmente, se discute acerca de las relaciones existentes entre los diferentes modelos estudiados en esta tesis.

4.1 Descripción de los Datos Utilizados

Los datos utilizados consisten en todas las transacciones de mercado de LCH desde enero de 1999 hasta agosto del 2003 realizadas en la Bolsa de Comercio de Santiago, que contiene los nemotécnicos, montos, precios y TIR de las LCH transadas¹. En cada caso se utilizaron todos los precios de mercado proveniente de los remates diarios, excluyendo las transacciones realizadas mediante el sistema de telerenta². Para el periodo de estudio, se totalizaron 253.215 transacciones.

Existe un amplio rango de tasas de emisión en las transacciones de mercado, que va desde 4% a 10% en algunos casos. Algo similar ocurre en relación a los plazos transados, que van desde 1 mes a 30 años. Al fin del periodo de observación existían 14 instituciones emisoras de letras de crédito.

¹ Ver Anexo F para una descripción de las transacciones de LCH.

² Este sistema comenzó el año 2000 con Bonos del Banco Central y fue incorporando en forma paulatina las LCH y los bonos corporativos. Las transacciones realizadas por este sistema representaban menos del 5% de las transacciones totales durante el periodo de muestra.

Tabla IV-1: Caracterización de las LCH en función del número promedio anual de observaciones diarias.

Año	Obs.	Obs. Diarias (promedio)
1999	50.852	202,6
2000	52.700	212,5
2001	55.759	226,7
2002	52.614	212,2
2003 (hasta agosto)	41.291	254,9

Fue necesaria la construcción de una base de datos que contiene las características generales de cada LCH presente en el mercado, como tasas de emisión, Tasa Efectiva Real Anual (TERA), unidad de valor (UF o IVP), número de cupones y periodicidad (mensual, trimestral, semestral o anual), entre otras. Al fin del periodo de observación, existían 2.781 series distintas de LCH en el mercado, y para cada una de ellas se utilizó la tabla de desarrollo oficial de la Bolsa de Comercio de Santiago, entregada por cada institución emisora a la SBIF.

4.2 Modelos de Tasas de Interés

4.2.1 Estructura de Tasas de Interés Libre de Riesgo

Como modelo de tasas de interés dinámico se utiliza un modelo de Vasicek generalizado, que es un modelo multifactorial Gaussiano con reversión la media de la tasa instantánea que extiende Vasicek (1977). Considera n factores estocásticos representados por el vector x_t de dimensión $n+1$, que definen la tasa de interés instantánea r_t . La derivación completa de este modelo se encuentra en el Anexo D.

$$r_t = 1'x_t + \delta \quad (4.1)$$

El vector de variables de estado es gobernado por la ecuación diferencial estocástica:

$$dx_t = -Kx_t dt + \Sigma dw_t \quad (4.2)$$

$K = \text{diag}(k_i)$ y $\Sigma = \text{diag}(\sigma_i)$ son matrices diagonales $n \times n$ con parámetros estrictamente positivos y diferentes. Y dw_t es un vector de movimiento Browniano $n \times 1$ correlacionado tal que:

$$(dw_t)'(dw_t) = \Omega \cdot dt \quad (4.3)$$

Los elementos (i, j) de la matriz Ω son $\rho_{ij} \in [-1, 1]$, la correlación instantánea entre las variables i y j . Bajo esta especificación, las variables de estado tienen una distribución normal multivariada y cada una de ellas revierte a una media de 0, a una tasa de reversión de k_i . De acuerdo a la ecuación (4.1), la tasa instantánea revierte a una media de δ .

$$dx_t = -(\lambda + Kx_t)dt + \Sigma dw_t \quad (4.4)$$

donde λ es un vector $n \times 1$ que corresponde al premio por riesgo. Luego, como r_t es una combinación lineal de los elementos de x_t , se tiene que r_t también distribuye normal.

La distribución de probabilidades utilizada para la valorización de activos financieros se encuentra dada por $E_t(\cdot)$ y $Cov_t(\cdot)$, el valor esperado y la varianza-covarianza condicional a la información en el tiempo t respectivamente. Entonces, estos momentos condicionales del vector de estados son:

$$E_t(x_i(T)) = e^{-\kappa_i(T-t)}x_i(t) - \frac{1 - e^{-\kappa_i(T-t)}}{\kappa_i}\lambda_i \quad i = 1, \dots, N \quad (4.5)$$

$$Cov_t(x_i(T), x_j(T)) = \sigma_i\sigma_j\rho_{ij} \frac{1 - e^{-(\kappa_i + \kappa_j)(T-t)}}{\kappa_i + \kappa_j} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (4.6)$$

donde $E_t(x_i(T))$ es el elemento i del vector $E_t(x_T)$ y $Cov_t(x_i(T), x_j(T))$ es el elemento (i, j) de la matriz de varianza-covarianza $Cov_t(x_T)$.

Sea $P(x_t, \tau)$ el precio de un bono escrito en t y que vence en T dado un cierto valor del vector de estados y sea la madurez de dicho bono τ . Es posible obtener los factores de descuento para cada periodo. Para $\tau = T - t$, estos factores están dados por la ecuación

$$P(x_t, \tau) = \exp(u(\tau)'x_t + v_t(\tau)) \quad (4.7)$$

donde

$$u_i(\tau) = \frac{1 - \exp(\kappa_i \tau)}{\kappa_i} \quad (4.8)$$

$$v(\tau) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{k_i} \left(\tau - \frac{1 - \exp(\kappa_i \tau)}{\kappa_i} \right) - \delta \cdot \tau$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}{\kappa_i \kappa_j} \left(\tau - \frac{1 - \exp(-\kappa_i \tau)}{\kappa_i} - \frac{1 - \exp(-\kappa_j \tau)}{\kappa_j} + \frac{1 - \exp(-(\kappa_i + \kappa_j) \tau)}{\kappa_i + \kappa_j} \right) \quad (4.9)$$

La ecuación (4.7) representa la fórmula analítica cerrada, mediante la cual es posible valorizar un bono en que sus flujos son determinísticos. Para el caso en que los flujos dependen de la evolución de la tasa de interés en sí, se utilizan los momentos condicionales dados por las ecuaciones (4.5) y (4.6) para generar una distribución de probabilidades y simular trayectorias de tasas de interés de acuerdo a la situación actual y a la historia pasada. Luego mediante la ecuación (4.7) es posible determinar los factores de descuento de las trayectorias simuladas.

Para todos los casos, a veces es conveniente trabajar con la tasa spot equivalente anualizada. De la ecuación (4.7) se puede obtener

$$r(x_t, \tau) = -\frac{1}{\tau} \log(P(x_t, \tau)) = -\frac{1}{\tau} (u(\tau)' x_t + v_t(\tau)) \quad (4.10)$$

Finalmente, para valorizar un bono con cupones $B(x_t, \tau)$ se debe ocupar

$$B(x_t, \tau) = \sum_{i=1}^n C_i P(x_t, \tau_i) \quad (4.11)$$

con $P(x_t, \tau_i)$ el factor de descuento de cada flujo en el tiempo τ_i .

Para éste modelo dinámico de tasas se utilizaron los parámetros estimados en Cortázar, Schwartz y Naranjo (2003) utilizando una metodología de filtro de Kalman para paneles de datos incompletos¹ y que considera 3 factores de riesgo. Los datos utilizados fueron transacciones de mercado de PRBC y PRC. Para cada día en particular

¹ Esta metodología fue utilizada posteriormente por García (2003) pero utilizando un modelo multifactorial de Cox, Ingersoll y Ross (1985) para tasas nominales y reales de Chile.

fueron estimadas 3 variables de estado que, en conjunto con los 13 parámetros estimados para toda la muestra, representan la estructura de tasas de interés reales libre de riesgo para Chile. Todos los parámetros utilizados se encuentran en el Anexo D.

Con lo anterior es posible determinar la estructura de tasas de interés libre de riesgo presente en Chile, fundamental para el propósito de valorizar la opción presente en las letras de crédito hipotecario. La siguiente figura resume la tasa de interés libre de riesgo presente en el periodo enero 1999 – Agosto 2003 y su volatilidad medida como desviación estándar anualizada.

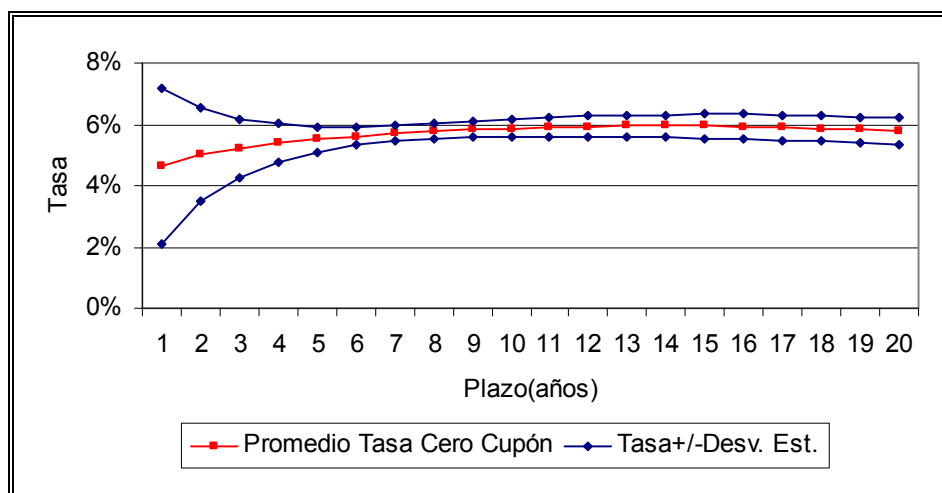


Figura 4-1: Descripción de la tasa cero cupón real libre de riesgo y de la desviación estándar según plazo (enero 1999 – agosto 2003)

Las tasas de interés durante el período han ido en declinación, como se observa en la figura 4-2, influyendo también en las tasas a las que es posible obtener o refinanciar un crédito hipotecario, como se verá en la sección 4.2.2.

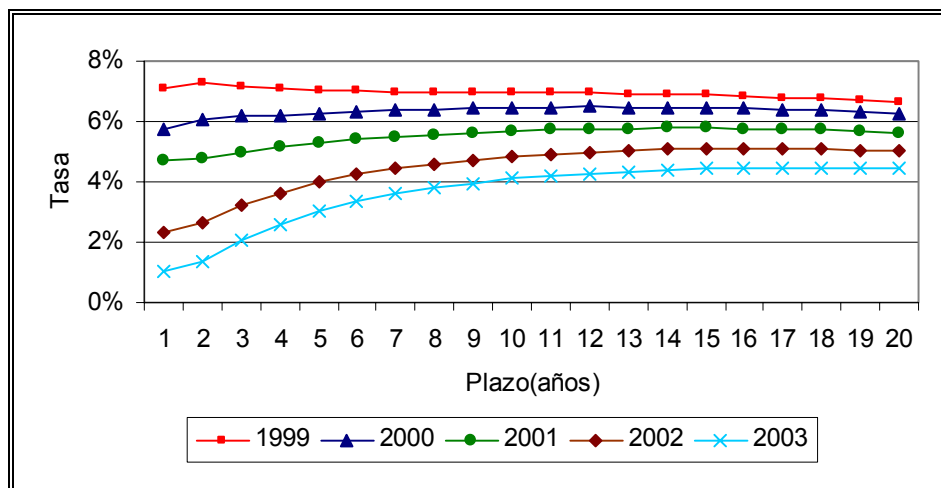


Figura 4-2: Descripción de la tasa cero cupón real libre de riesgo, promedio anual (enero 1999 – agosto 2003)

De aquí en adelante en este trabajo, estas tasas serán un componente primordial de los modelos los flujos de las distintas LCH valorizados a la tasa libre de riesgo. Esto es como sintetizar un instrumento de similares características a una LCH, pero que no posee riesgo de emisor, riesgo de liquidez (o quizás muy bajo) y no tiene ninguna opción implícita. Los llamaremos “precio PRC” debido al principal instrumento del cual fue derivada la tasa libre de riesgo. Luego, de dicho precio y flujos es extraída la TIR mediante un algoritmo de prueba y error (Newton-Raphson en este caso), la que será denominada “TIR PRC”.

4.2.2 Tasa de Refinanciamiento

Según lo visto con anterioridad, en algunos modelos de prepago la modelación de la tasa de refinanciamiento es fundamental para la obtención de la probabilidad de prepago. Se ha señalado que estas tasas están altamente correlacionadas con las tasas libres de riesgo, por lo que es conveniente utilizar este concepto para modelar el prepago. De esta manera es posible eliminar una variable del modelo y hacer el problema más simple, obteniendo resultados igualmente satisfactorios.

En la siguiente figura se muestra un *proxy* de la tasa de emisión obtenido de las transacciones de mercado que poseen un cupón cortado¹, o bien sus precios se encuentran cercanos al 100% del valor par y por ende se encuentran más cercanas a la tasa de mercado prevaleciente. Para ello se consideraron sólo las transacciones en los plazos de emisión (5, 8, 12, 15 y 20 años) debido que son mucho más frecuentes. No se hizo distinción entre emisores.

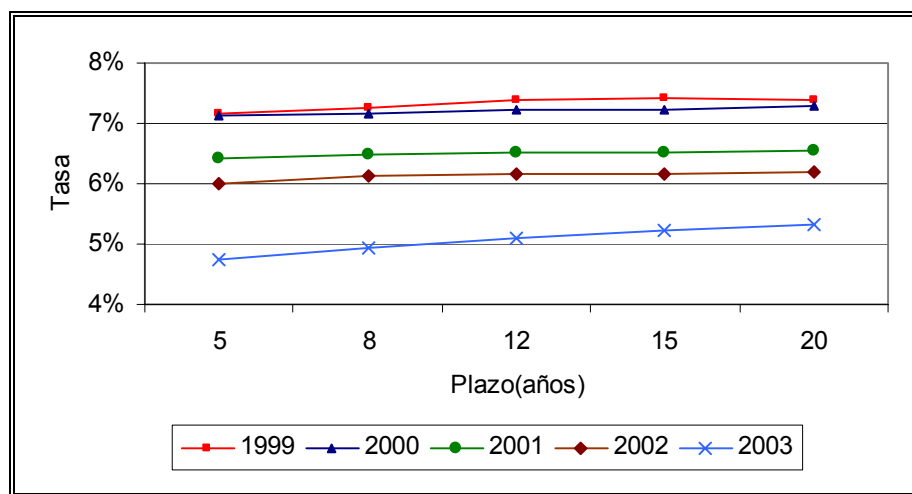


Figura 4-3: Promedio anual de tasas de LCH recién emitidas como *proxy* de la tasa de refinanciamiento vigente por año (enero 1999 – abril 2003)

Para cada letra utilizada en la figura anterior se obtuvo su TIR PRC, la que es mostrada en la siguiente figura.

¹ Las cupones cortados tienen directa relación con la fecha de emisión material y nominal de la letra, tal como se explicó en la sección 2.2.6.1.

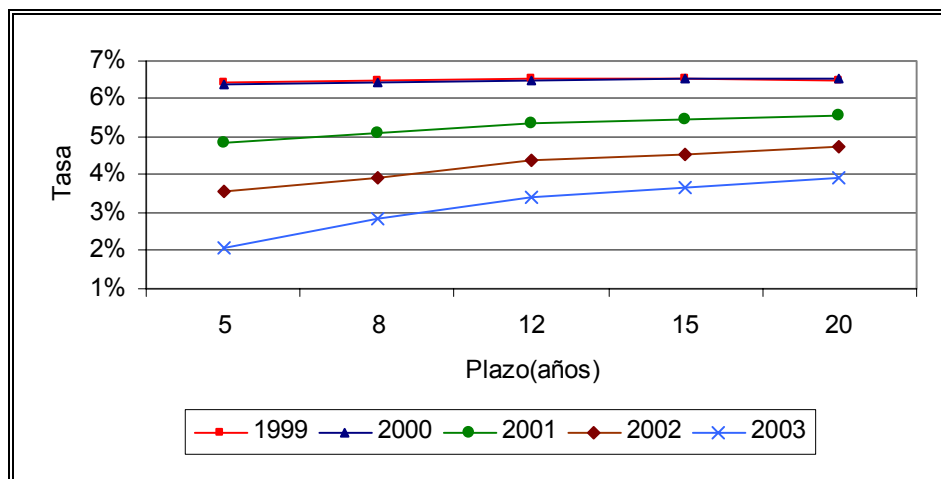


Figura 4-4: TIR promedio LCH valorizadas con tasa Vasicek de 3 factores (PRC) por año (1999 – 2003)

En las figuras 4-3 y 4-4 se aprecia a simple vista una correlación de tasas de interés. Entonces, de esta forma la tasa de refinanciamiento puede ser aproximada utilizando la ecuación:

$$r_{Ref} = C_1 + C_2 \cdot r_{PRC} \quad (4.12)$$

donde C_1 y C_2 son constantes, y r_{PRC} representa la TIR PRC. A modo de ejemplo, se utilizará una estimación de estos parámetros obtenidos de las transacciones de mercado del Banco Santiago. Con una correlación de 0,86 y un R^2 de 0,74 para el periodo 1999-2003, los parámetros estimados 3,14 para C_1 y 0,64 para C_2 ¹.

4.3 Metodología y Resultados de la Estimación

Para modelar el prepago se utilizaron los modelos de probabilidades condicionales especificados en el capítulo anterior, tanto aquellos que no dependen de la

¹ Sólo válido entre rangos razonables. Es posible utilizar formas más complejas de modelación, pero esta forma resulta elegible por su simplicidad. Debido a la alta correlación de esta tasa con la tasa libre de riesgo, otra alternativa de modelación sería agregar un factor de riesgo al modelo de Vasicek utilizado.

estructura prevaleciente de tasas de interés, como otros que la consideran como su principal factor de riesgo.

Dentro del primer grupo, se consideran probabilidades constantes y el estándar de la PSA, en los cuales el paso del tiempo es discreto. En estos modelos no es necesaria la utilización de simulación, ya que los flujos se proyectan de acuerdo a un prepago fijo, por lo tanto se utiliza la fórmula cerrada para las tasas libres de riesgo.

Para el segundo tipo de modelos se considera el modelo de prepago paramétrico en tiempo continuo propuesto por Schwartz y Torous (1989) y el modelo de prepago semi-paramétrico en tiempo discreto propuesto por Follain, Ondrich y Sinha (1997). Para estos casos se utilizó el método de simulación de Monte Carlo. Esta forma de estimación tiene que ver con la utilización de un modelo de prepago que involucre tanto pagos óptimos como subóptimos. Es fundamental que los pasos de la simulación coincidan con las fechas de pago de los cupones de las LCH. La convergencia del resultado depende directamente del número de simulaciones utilizadas. En este caso se realizaron 1000 simulaciones, obteniéndose una buena convergencia¹. En este caso se utilizó la técnica de reducción de varianza denominada “variable antitética”, que consiste en que al obtener cada término aleatorio en la simulación, se utiliza también el mismo valor, pero con signo contrario. De esta manera se logra tener una media 0 en la simulación.

Luego, de cada precio obtenido mediante los procedimientos anteriores y utilizando los flujos de cada letra, es extraída la TIR mediante un algoritmo de prueba y error, la que será denominada “TIR Prepago”. Generalmente, en los gráficos y tablas de *spread* de este capítulo, se refiere al *spread* correspondiente al riesgo de crédito-liquidez, a menos que se señale otra cosa. La siguiente figura ilustra los distintos tipos de *spread* en TIR. En precios la situación se invierte.

¹ Para evaluar la convergencia de la solución, se compara el resultado obtenido de la valorización de un bono sin opciones con aquel obtenido de la fórmula cerrada de valorización.

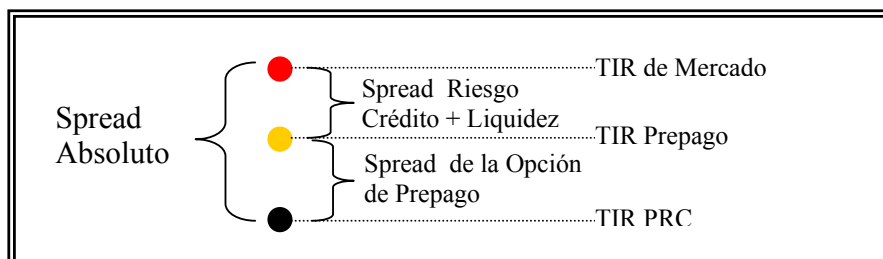


Figura 4-5: Tipos de *spreads* en TIR

Debido a lo intensivo de los datos de LCH, se utilizó Visual Basic y Microsoft Access en el manejo básico de dichos datos. Para la simulación de Monte Carlo se utilizaron rutinas computacionales en Fortran debido a su considerable rapidez. Para aprovechar las potencialidades de cálculo numérico del lenguaje Fortran y a la vez utilizar la poderosa interfaz gráfica de una planilla de cálculo, se utilizó Microsoft Excel. La conexión entre la rutina programada en Fortran y la planilla de cálculo se logró a través de la creación de una librería dinámica (dll).

Cabe destacar que en bonos con opción de prepago es tanto o más conveniente representar su valor como porcentaje del valor par que como TIR. De esta forma se tiene una mejor percepción sobre las eventuales pérdidas o ganancias de capital obtenidas en caso de rescate. Es por ello que se mostrará algunos resultados tanto en tasas como en precios sobre la par.

4.3.1 Consideraciones Preliminares

Antes de ver los resultados de los modelos, resulta conveniente entender a cabalidad la conducta de un bono del tipo de una LCH ante diferentes escenarios de tasas de interés.

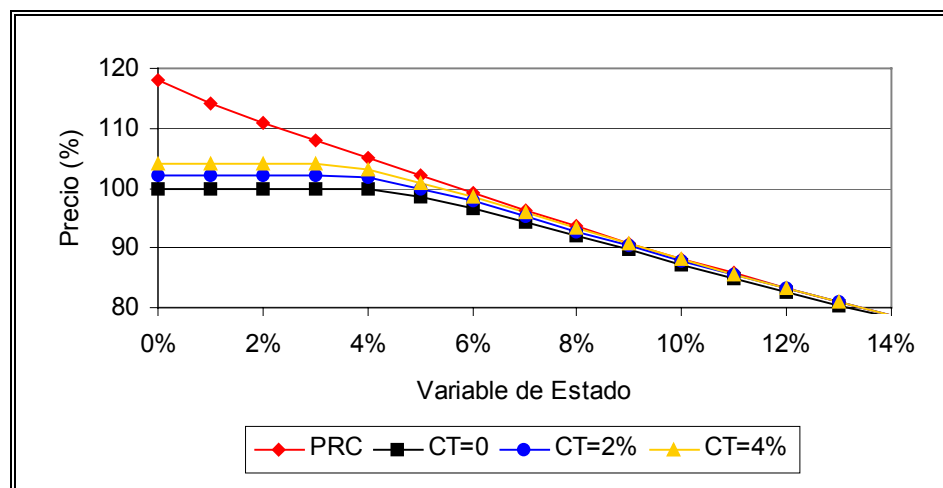


Figura 4-6: Valorización óptima para una LCH emitida al 5,5% y con 15 años plazo de acuerdo al modelo de Vasicek de 1 factor para diferentes costos de transacción

La convexidad negativa, característica de los bonos con opciones de compra, es fácilmente observable en un bono que es rescatado óptimamente. En la figura 4-6 es posible observar la conducta óptima de prepago para diferentes costos de transacción, que van desde 0 a 4% del monto del crédito¹. Para el ejemplo se utiliza un bono como si no tuviera riesgo de crédito.

El siguiente gráfico muestra esta característica comparando transacciones reales de LCH emitidas por el Banco Santiago (STG), con una tasa de 7% y 20 años plazo, con su precio PRC.

¹ Se utilizó los flujos de una LCH a 15 años plazo emitida al 5,5%, y se valorizó de acuerdo a diferentes valores de la variable de estado en un modelo de tasas de interés de Vasicek de 1 factor. Luego se resolvió mediante un método de diferencias finitas explícito. Los parámetros utilizados se encuentran en el Anexo D.

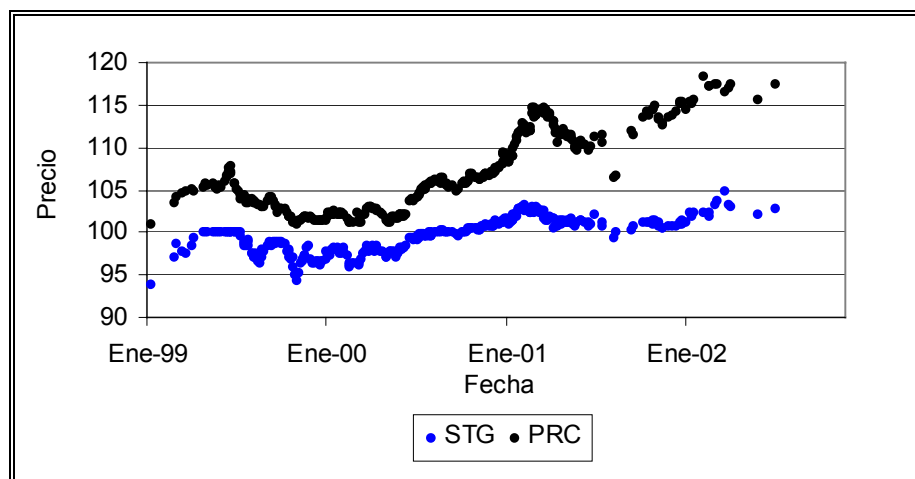


Figura 4-7: Transacciones en precio de LCH emitidas por el Banco Santiago, con tasa de emisión nominal de 7% y 20 años plazo, comparada con precio PRC

En la figura anterior se observa que para precios menores que el valor par (100), el comportamiento de las LCH es muy similar (o ligeramente más volátil) a los precios PRC. Por el contrario, cuando la TIR de mercado está por debajo de la tasa de emisión nominal de la LCH y por ende el precio es mayor al valor par del instrumento, el comportamiento de las LCH es más estable que el de los precios PRC.

La figura 4-8 muestra los *spreads* en precio, obtenidos del gráfico anterior. A medida que este *spread* aumenta (lado derecho del gráfico), el precio de mercado permanece relativamente estable, e incluso disminuyendo en algunos casos. Esto reflejaría la convexidad negativa del instrumento.

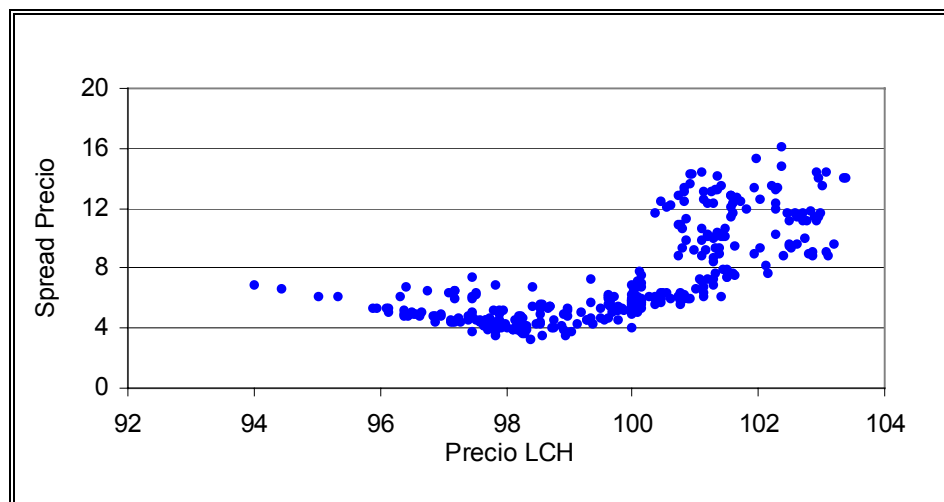


Figura 4-8: *Spread* simple de LCH emitidas por el Banco Santiago, con tasa de emisión nominal de 7% y 20 años plazo, para diferentes TIR de mercado

La figura 4-9 por su parte, presenta una serie de tiempo de transacciones en TIR que refleja una comparación entre distintas tasas de emisión de LCH emitidas por el Banco Santiago y transadas con 20 años de plazo remanente.

Esta figura refleja que a mayores tasas de emisión mayores valores de la opciones, lo que hace que tengan diferentes precios (o TIR en este caso). A su vez se observa que al bajar las tasas disminuyen notablemente las transacciones de tasas altas, haciéndose cada vez más ilíquidas.

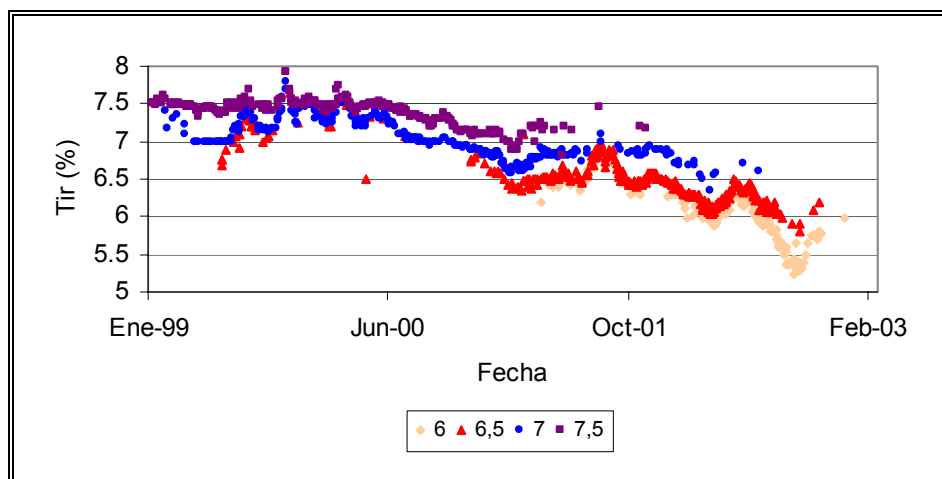


Figura 4-9: Comparación TIR de transacciones de LCH emitidas por el Banco Santiago, con tasas de emisión nominal de 6%, 6,5%, 7%, y 7,5% para 20 años plazo.

A continuación se presentan los resultados de los diferentes modelos de prepago utilizados en esta tesis.

4.3.2 Modelo A: Probabilidades Constantes

Para obtener ciertas nociones sobre el efecto de los prepagos en el valor de una LCH, se sensibiliza sobre la probabilidad condicional fija para valores de 10, 20 y 30% de prepago anual.

$$CPR(t) = p \quad \text{con} \quad p = 10\%, 20\%, 30\% \quad (4.13)$$

siendo $CPR(t)$ las probabilidades condicionales anuales de prepago.

La proyección de flujos de caja resulta fundamental en la estimación del valor de la opción. En la figura 4-10 se grafica el flujo de caja esperado para el modelo A de prepago. Los flujos de caja con prepago muestran un mayor flujo esperado hasta el cupón número 11, que disminuye luego de dicho cupón. Este es el efecto de los prepagos, y cambia el valor de una LCH en forma significativa.

Cabe destacar que en el caso de letras con cupones cortados, el prepago también es permitido en las fechas de dichos cupones. Entonces se debe considerar el pago de parte del principal, pero no el pago de cupones.

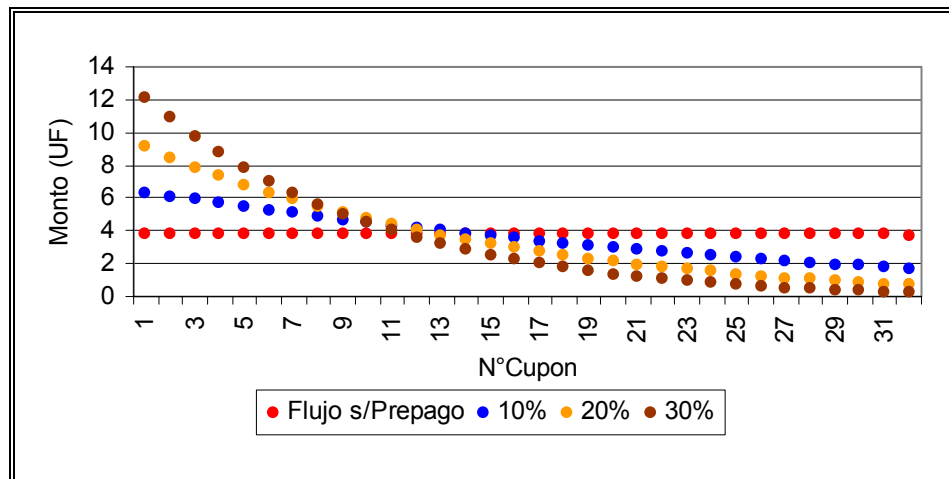


Figura 4-10: Flujos proyectados según modelo A de prepago (Base 100 UF, emitida al 5% y 8 años plazo)

Para ilustrar los cambios existentes en las probabilidades de prepago, se utilizó como fecha de referencia de tasas altas 2 de noviembre del 2000 y de tasas bajas el 25 de septiembre del 2002, y se contrastan con las transacciones de mercado. Cabe destacar que lo que se desea no es ajustar las curvas de tasas calculadas a las transacciones de mercado, sino mostrar los *spreads* existentes entre cada curva calculada con diferentes niveles de prepago y dichas transacciones.

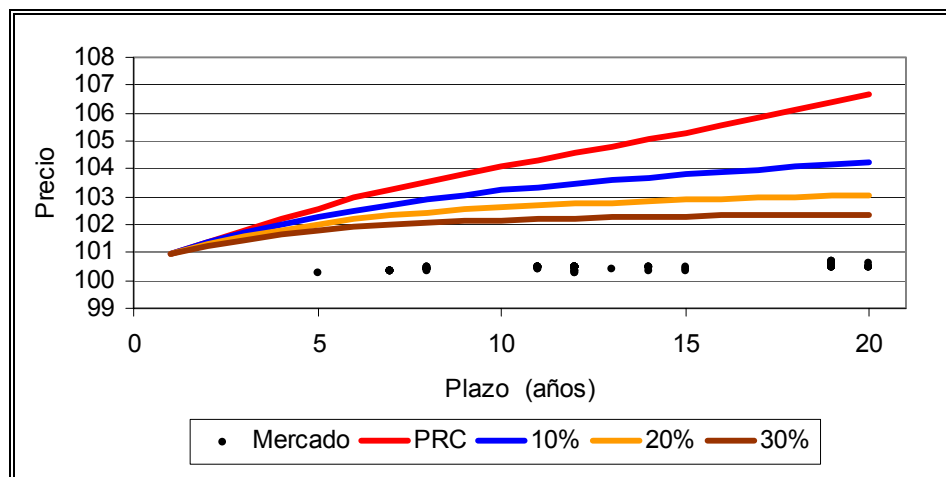


Figura 4-11: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 2 de noviembre del 2000

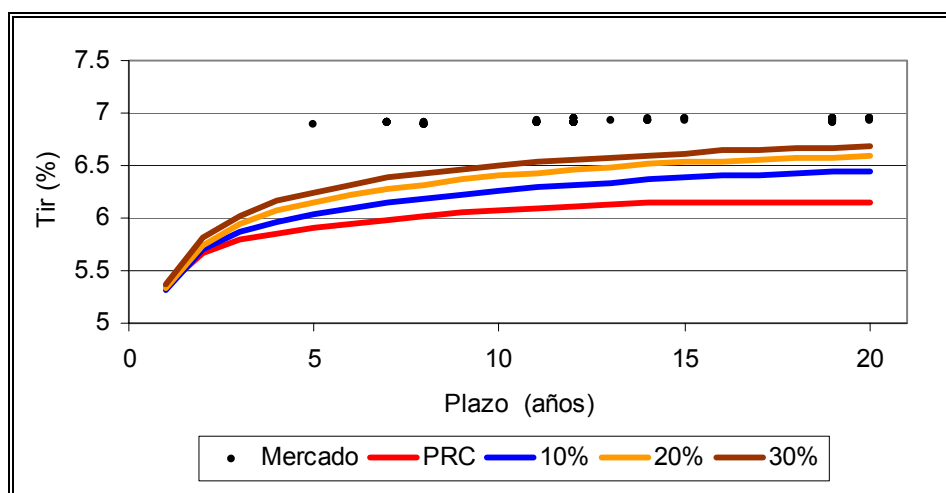


Figura 4-12: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 2 de noviembre del 2000

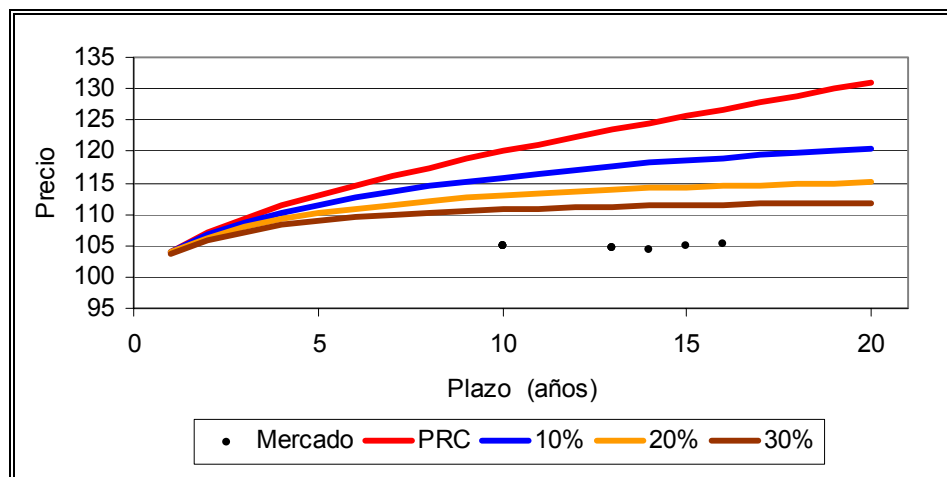


Figura 4-13: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 25 de septiembre del 2002

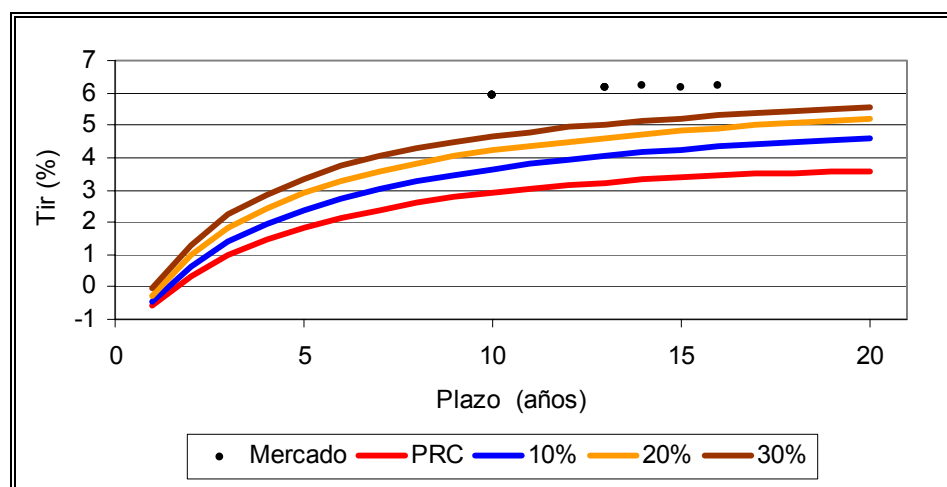


Figura 4-14: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo A para el día 25 de septiembre del 2002

El modelo A es de carácter referencial, y se muestra para entender cómo el prepago afecta los flujos de una LCH. A su vez, puede ser utilizado como modelo PSA para el caso de una LCH que tenga más de 2,5 años de vida, ya que a partir de esa fecha

este modelo considera la probabilidad de prepago como constante. En los siguientes modelos se desarrollará más el tema del prepago.

4.3.3 Modelo B: Estándar PSA

Se utilizó como función de riesgo el estándar de la PSA por su simplicidad y por su amplia utilización en prepago, además de que puede ser fácilmente implementada en el contexto de la valorización de un instrumento hipotecario.

Se sensibilizó considerando un 100, 300 y 500% de PSA, diferenciándose de las probabilidades constantes sólo en la parte creciente que la función PSA posee. Entonces se tiene que:

$$CPR(t, p) = PSA(t, p) \quad \text{con } p = 100\%, 300\%, 500\% \quad (4.14)$$

La siguiente figura muestra las probabilidades de prepago condicionales anuales según el modelo PSA desde la emisión de un crédito hipotecario.

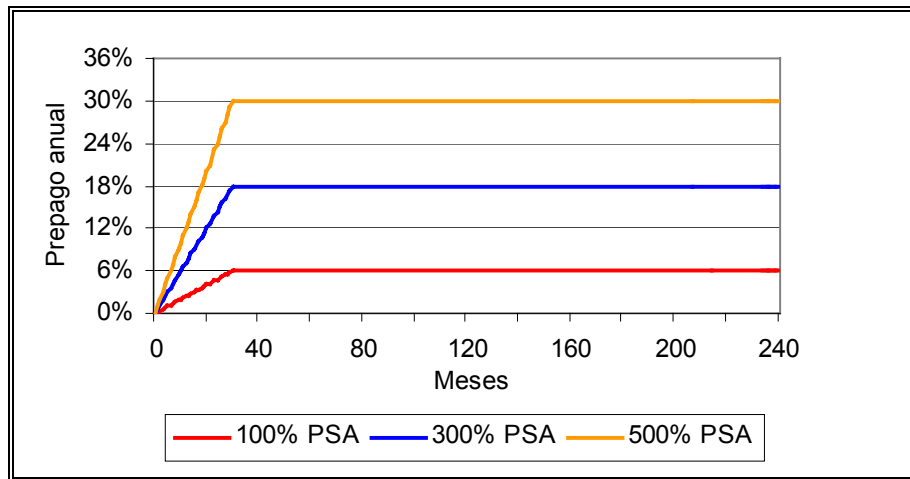


Figura 4-15: Modelo B de prepago para los valores de p de 100%, 300% y 500%

En la figura 4-16 se grafica el flujo de caja esperado para el modelo B de prepago. Los flujos de caja con prepago muestran un mayor flujo esperado hasta el cupón número 15, que disminuye luego de dicho cupón. Este es el efecto de los prepagos según este modelo, y cambia el valor de una LCH en forma significativa.

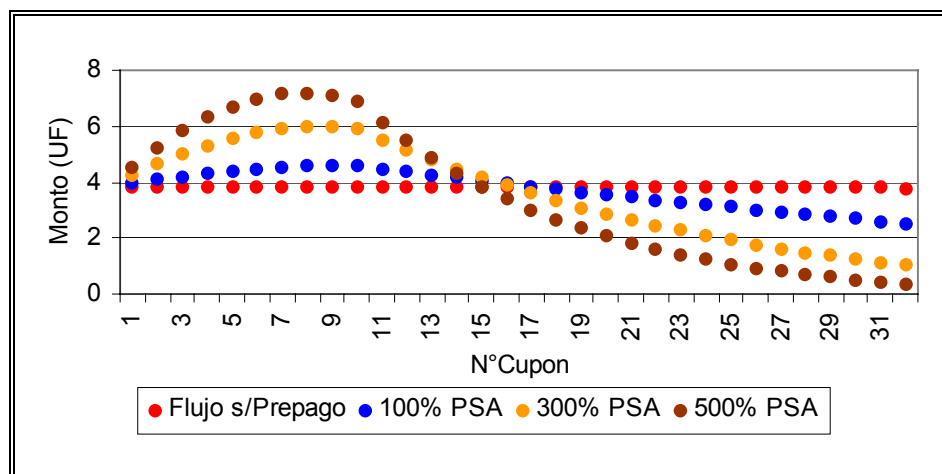


Figura 4-16: Flujo proyectado según modelo B de prepago

En forma similar al modelo A, para ilustrar los cambios existentes en las probabilidades de prepago, se utilizaron como fechas de referencia de tasas altas 2 de noviembre del 2000 y de tasas bajas 25 de septiembre del 2002.

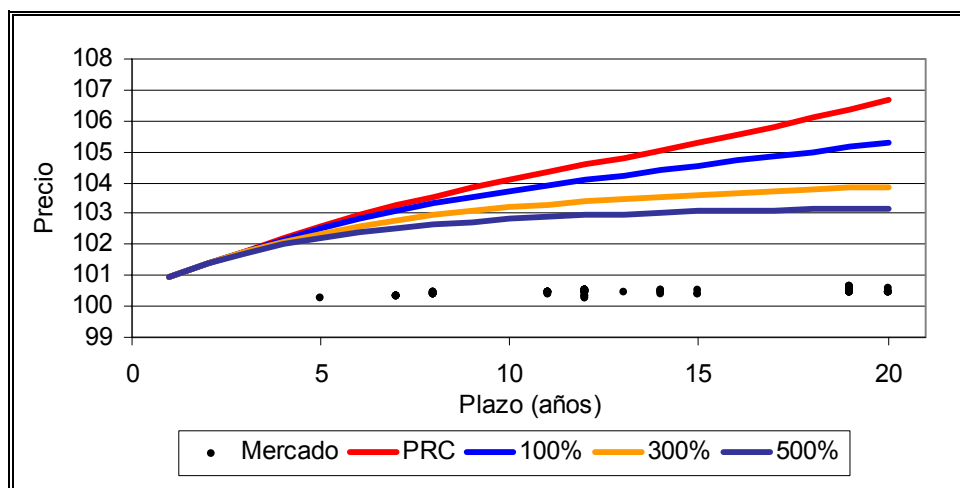


Figura 4-17: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 2 de noviembre del 2000

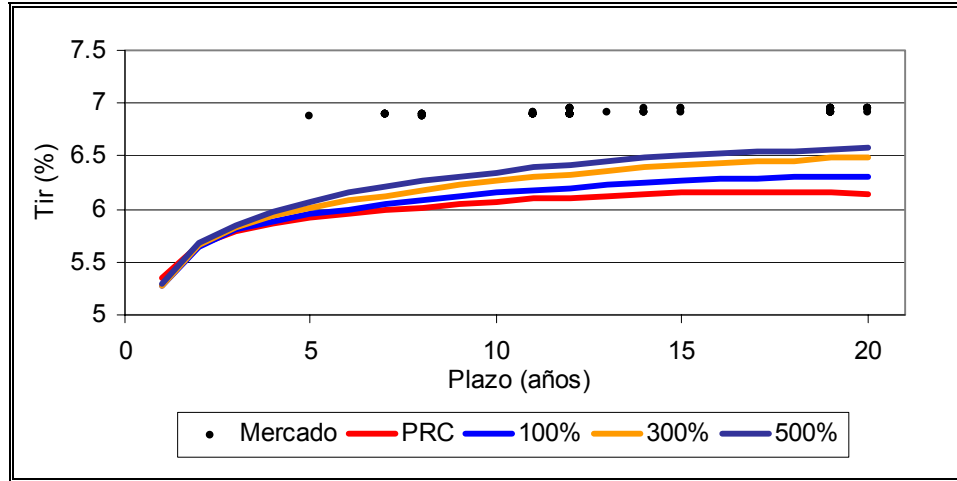


Figura 4-18: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 2 de noviembre del 2000

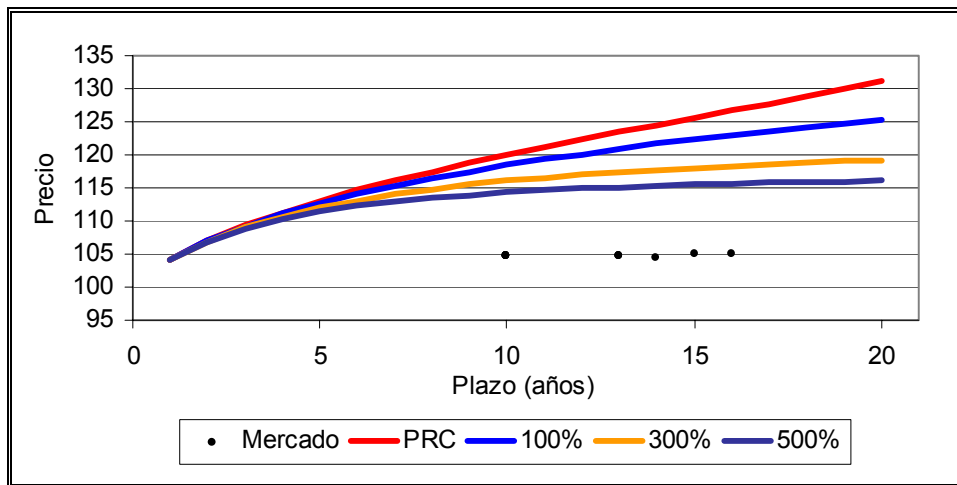


Figura 4-19: Transacciones en precio de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 25 de septiembre del 2002

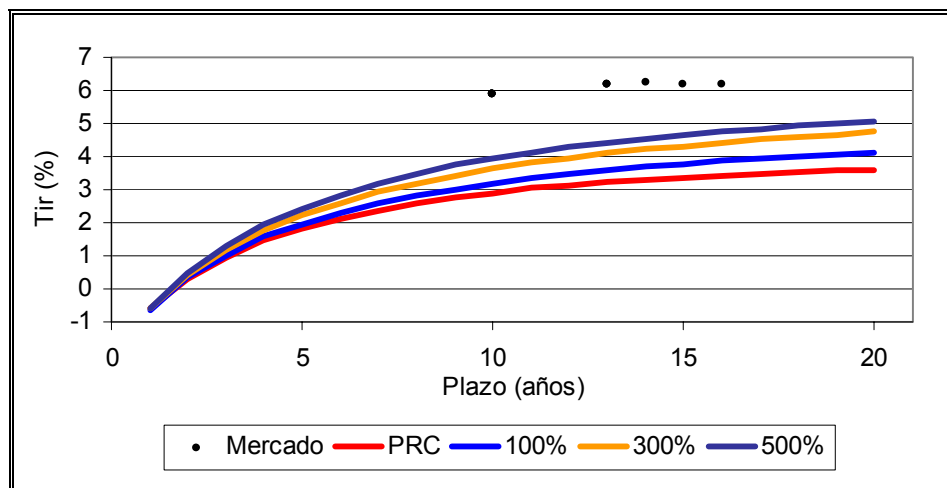


Figura 4-20: Transacciones en TIR de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepago según el modelo B para el día 25 de septiembre del 2002

De manera similar a los cálculos anteriores, las tablas IV-2 y IV-3 incorporan diversas probabilidades de prepago para fechas determinadas. De esta forma, teniendo 2 de los siguientes valores es posible encontrar el tercero. Los valores son: TIR de mercado, probabilidad de prepago, y finalmente riesgo de crédito-liquidez.

Por ejemplo, se considera una LCH emitida al 7% a 20 años plazo y transada al 6,2% el 2 de septiembre del 2002, de la tabla IV-3. En este caso la TIR PRC es 3,69% y, asumiendo un prepago de 300% PSA, su TIR Prepago es de 4,68%. Por lo tanto su valor del *spread* de riesgo de crédito-liquidez es 1,52%.

Tabla IV-2: Precios y TIR para el 1 de noviembre de 1999 asumiendo diferentes probabilidades de prepago para el modelo B

Tasa	Plazo	PRC		100% PSA		300% PSA		500% PSA	
		Precio	Tir	Precio	Tir	Precio	Tir	Precio	Tir
8%	5	103,04	6,7	102,95	6,74	102,77	6,81	102,61	6,88
	8	104,29	6,8	103,99	6,88	103,51	7,01	103,14	7,11
	12	105,7	6,87	105,06	6,99	104,12	7,17	103,51	7,29
	15	106,73	6,89	105,71	7,05	104,41	7,26	103,66	7,38
	20	108,62	6,86	106,71	7,1	104,75	7,36	103,81	7,48
7%	5	100,69	6,7	100,69	6,7	100,68	6,7	100,67	6,71
	8	100,74	6,8	100,72	6,8	100,71	6,8	100,69	6,81
	12	100,66	6,87	100,68	6,86	100,7	6,86	100,7	6,86
	15	100,67	6,89	100,68	6,89	100,7	6,89	100,7	6,88
	20	101,01	6,86	100,81	6,89	100,71	6,9	100,7	6,91
6%	5	98,38	6,7	98,45	6,67	98,61	6,6	98,75	6,54
	8	97,2	6,8	97,48	6,71	97,93	6,59	98,27	6,49
	12	95,7	6,87	96,38	6,73	97,32	6,53	97,91	6,41
	15	94,73	6,89	95,75	6,71	97,03	6,49	97,76	6,37
	20	93,64	6,86	95,05	6,67	96,73	6,43	97,62	6,32
5%	5	96,06	6,7	96,23	6,63	96,55	6,48	96,83	6,36
	8	93,74	6,8	94,28	6,63	95,17	6,37	95,85	6,17
	12	90,87	6,87	92,15	6,59	93,99	6,2	95,15	5,96
	15	88,95	6,89	90,9	6,53	93,4	6,09	94,85	5,84
	20	86,49	6,86	89,43	6,42	92,81	5,94	94,56	5,7
4%	5	93,76	6,7	94,01	6,59	94,49	6,37	94,92	6,18
	8	90,31	6,8	91,12	6,55	92,44	6,14	93,46	5,84
	12	86,08	6,87	87,99	6,43	90,69	5,84	92,41	5,48
	15	83,39	6,89	86,22	6,34	89,86	5,66	91,98	5,29
	20	79,58	6,86	83,94	6,16	88,94	5,43	91,52	5,07

Tabla IV-3: Precios y TIR para el 2 de septiembre de 2002 asumiendo diferentes probabilidades de prepago para el modelo B

Tasa	Plazo	PRC		100% PSA		300% PSA		500% PSA	
		Precio	Tir	Precio	Tir	Precio	Tir	Precio	Tir
8%	5	108,17	0,88	108,11	0,93	107,99	1,02	107,88	1,11
	8	115,03	2,23	114,54	2,4	113,65	2,71	112,86	2,98
	12	122,3	3,04	120,6	3,37	117,88	3,91	115,88	4,31
	15	127,07	3,38	124,04	3,82	119,77	4,46	117,01	4,9
	20	134,6	3,69	128,73	4,3	121,81	5,06	118,07	5,5
7%	5	106,99	0,88	106,98	0,89	106,88	0,96	106,79	1,04
	8	112,41	2,23	112,03	2,37	111,35	2,61	110,74	2,82
	12	117,67	3,04	116,43	3,29	114,47	3,69	113,01	3,99
	15	120,97	3,38	118,86	3,7	115,85	4,17	113,86	4,49
	20	126,12	3,69	122,11	4,13	117,3	4,68	114,65	5
6%	5	105,88	0,88	105,83	0,91	105,76	0,97	105,68	1,03
	8	109,76	2,23	109,51	2,32	109,04	2,49	108,62	2,64
	12	113,08	3,04	112,33	3,2	111,1	3,45	110,16	3,65
	15	115	3,38	113,79	3,57	111,97	3,86	110,73	4,07
	20	117,99	3,69	115,68	3,96	112,87	4,29	111,25	4,49
5%	5	104,75	0,88	104,71	0,91	104,66	0,95	104,6	1
	8	107,17	2,23	107,01	2,29	106,75	2,39	106,5	2,48
	12	108,6	3,04	108,29	3,11	107,77	3,22	107,34	3,32
	15	109,21	3,38	108,79	3,45	108,14	3,56	107,63	3,65
	20	110,01	3,69	109,36	3,77	108,48	3,88	107,87	3,96
4%	5	103,61	0,88	103,57	0,91	103,53	0,94	103,5	0,97
	8	104,55	2,23	104,53	2,24	104,46	2,26	104,4	2,29
	12	104,14	3,04	104,3	3,01	104,47	2,98	104,54	2,96
	15	103,48	3,38	103,9	3,31	104,35	3,23	104,54	3,19
	20	102,32	3,69	103,21	3,58	104,16	3,46	104,52	3,42

En las tablas anteriores se observa el efecto de los prepagos ante diferentes condiciones de mercado para distintas tasas de emisión. En periodo de tasas bajas el prepagado disminuye el valor de las letras en forma más significativa a medida que la tasa de emisión aumenta. El efecto contrario ocurre en periodos de tasas altas.

La siguiente figura muestra la relación existente entre el *spread* y el porcentaje de PSA, para la letra del ejemplo anterior. El *spread* asumiendo un probabilidad de prepagado igual a 0 es de 2,51% (251 puntos base), cayendo a 120 puntos al considerar un prepagado del 500% PSA.

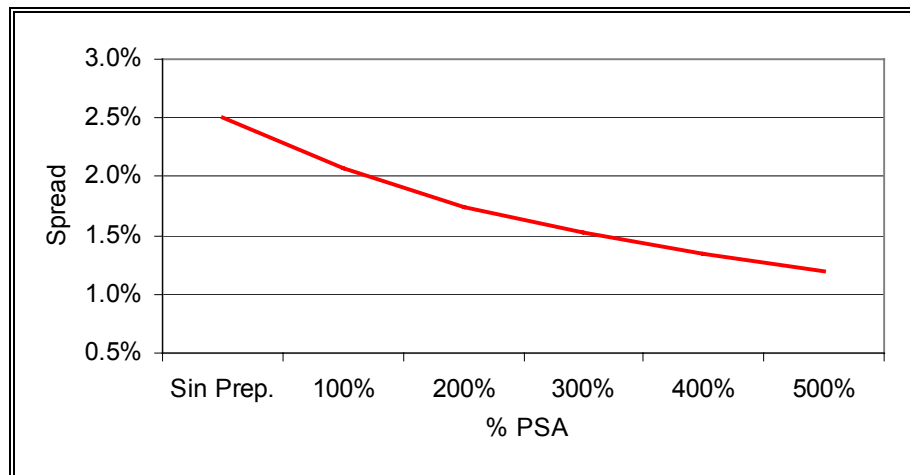


Figura 4-21: Spread de LCH emitidas al 7% con 20 años plazo por el Banco Santiago para prepagado según el modelo B para el día 25 de septiembre del 2002

Otra aproximación comúnmente utilizada es el OAS. Corresponde a una medida de riesgo de un activo después de ajustar sus precios por las opciones que posee, lo que permite realizar comparación entre instrumentos con distintas opciones implícitas. La principal diferencia sobre los métodos anteriores es que el OAS es un *spread* uniforme sobre la curva cero cupón, y no una diferencia de TIR, que iguala el valor obtenido por el modelo y el precio de mercado del instrumento.

Como ejemplo, a continuación se utilizan LCH emitidas por el Banco Santiago y el Banco del Desarrollo, que tienen iguales características (misma serie, fecha de emisión y cupón cortado) pero que son transadas a distinta TIR lo que debe

implicar que son percibidas como de diferente riesgo de crédito-liquidez¹. Se utilizaron 2 fechas distintas y variadas probabilidades de prepago de acuerdo al modelo B de prepago.

Tabla IV-4: Ejemplo de OAS con letras emitidas al 7% por el Banco de Santiago y el Banco del Desarrollo para modelo B de prepago

Fecha	26-Oct-99						05-Abr-02					
Nemotécnico	DES720 &08			STGDE1 &08			DES7201101			STGDE11101		
Tir PRC	6,76						4,96					
Precio PRC	101,8						116,63					
Tir M.	8,1			7,4			6,75			6,35		
Precio M.	92,4			97,13			101,82			104,85		
Duración	7,01			7,23			7,27			7,4		
Convexidad	80,45			84,66			85,93			88,48		
Prob. PSA	100%	300%	500%	100%	300%	500%	100%	300%	500%	100%	300%	500%
Tir PSA	6,76	6,83	6,84	6,76	6,83	6,84	5,2	5,48	5,64	5,2	5,48	5,64
Precio PSA	101,8	101,28	101,19	101,8	101,28	101,19	114,46	111,99	110,61	114,46	111,99	110,61
OAS	157	224	286	72	100	126	194	229	258	144	157	165
Duración Ef.	5,42	3,72	2,88	5,62	3,87	3	5,66	3,92	3,05	5,79	4,01	3,12
Convexidad Ef.	54,41	25,65	14,77	57,19	27,1	15,52	54,97	26,34	15,23	56,6	27,21	15,68

En la tabla anterior se aprecia que a medida que sube el nivel de prepago y/o las tasas caen, el OAS aumenta debido a la interacción de varios factores. El prepago anticipa los flujos, esto sumado al hecho que cuando las tasas caen se produce una disminución mayor en el corto que en el largo plazo (por reversión a la media), que es el que descuenta gran parte de los flujos prepagados. Esto hace que el OAS sea mayor para igualar los precios de mercado de las letras.

¹ Ver Anexo I

La significativa reducción de la duración y convexidad obtenida hace que estos instrumentos sean menos sensibles ante una variación en las tasas de interés.

Para un mejor resultado es conveniente ajustar las probabilidades de prepago cuando se perturba la curva de tasas libre de riesgo. Por ejemplo, si se sube la curva, el prepago debe disminuir, y viceversa, De esta manera se reflejará mejor la duración existente y la convexidad negativa propia de los instrumentos con respaldo hipotecario.

4.3.4 Modelo C: Prepago Paramétrico en Tiempo Continuo

Para trabajar con modelos continuos de tasas y de prepago, los flujos de las LCH deben transformarse a una base continua.

Tabla IV-5: Parámetros del modelo Schwartz y Torous (1989) sin estacionalidad

Parámetro	Valor
γ	0,01572
p	2,35014
β_1	0,39678
β_2	0,00356
β_3	3,74351

Para poder mostrar de mejor forma la metodología implementada, se utilizarán los parámetros de la función sin considerar estacionalidad.

En la siguiente figura, se muestran las transacciones de LCH para el período de muestra, sin diferenciar entre tasas de emisión, plazos o emisores.

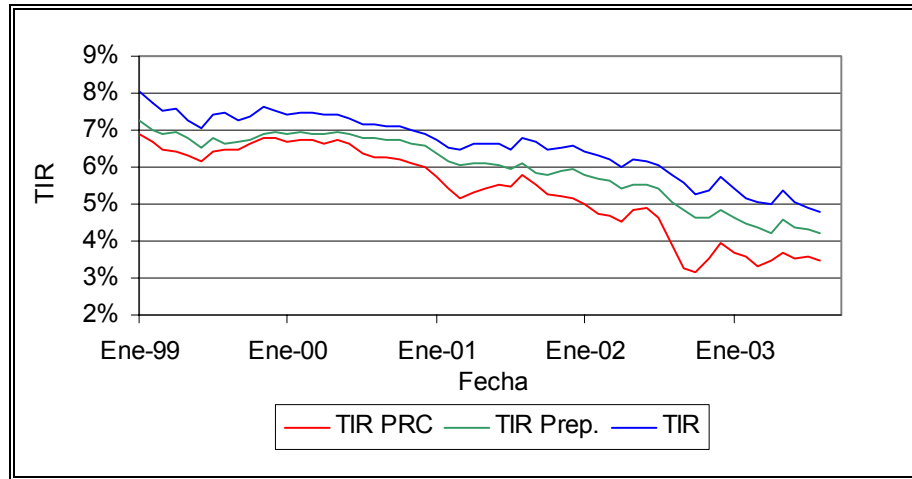


Figura 4-22: Promedio mensual de TIR de mercado, TIR PRC y TIR de acuerdo al modelo de prepago C

En la figura anterior aprecia las diferencias existentes entre la TIR de mercado y la TIR PRC. A su vez es posible ver la TIR calculada utilizando el modelo C de prepago.

En las figuras siguientes se realiza un análisis de *spreads* presentes en el mercado hipotecario utilizando el modelo C de prepago. El *spread* absoluto corresponde a la diferencia entre la TIR de mercado y la TIR PRC, y el *spread* de riesgo de crédito-liquidez es la diferencia entre la TIR de mercado y la TIR obtenida mediante el modelo C de prepago.

De esta forma, la figura 4-23 muestra los *spreads* para las LCH en el periodo de estudio, sin distinguir entre plazos, tasas y emisores.

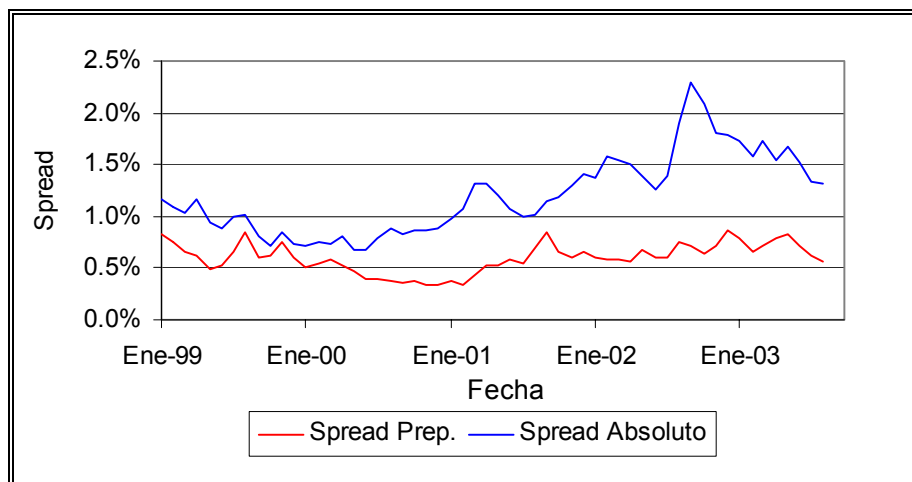


Figura 4-23: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C

A su vez, se quiere ver el efecto de los prepagos para los distintos plazos. Para ello se agrupan las LCH entre 15 y 20 años, entre 10 y 15 años y entre 5 y 10 años. No se diferencia entre tasas de emisión. El emisor en este caso es el Banco Santiago

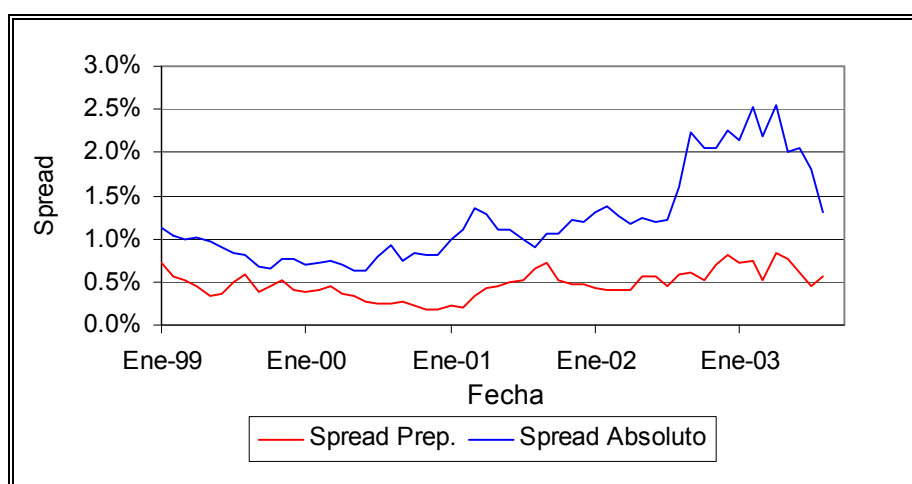


Figura 4-24: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 15 y 20 años

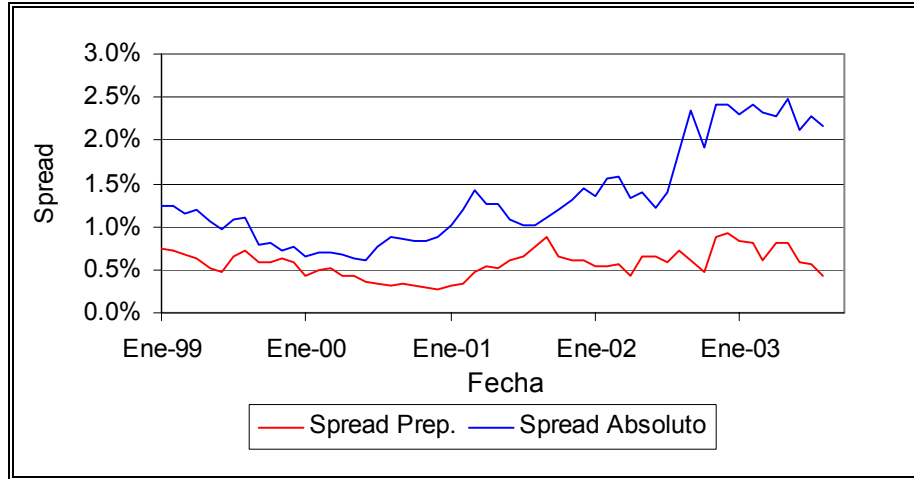


Figura 4-25: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 10 y 15 años

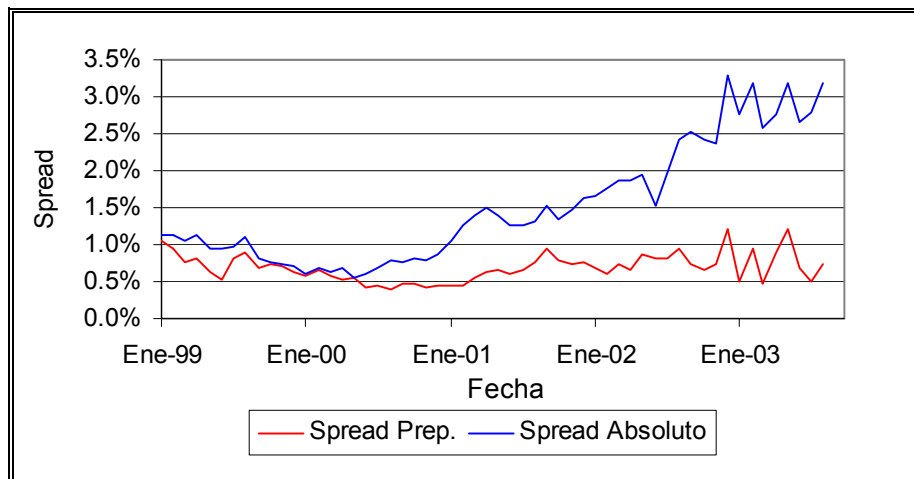


Figura 4-26: Promedio mensual de *spreads* simple y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 5 y 10 años

Similarmente, para distintas tasas de emisión, se puede observar el efecto de las mismas sobre los prepagos. Se utilizó LCH con plazo a madurez mayor de 15 años por ser las más líquidas.

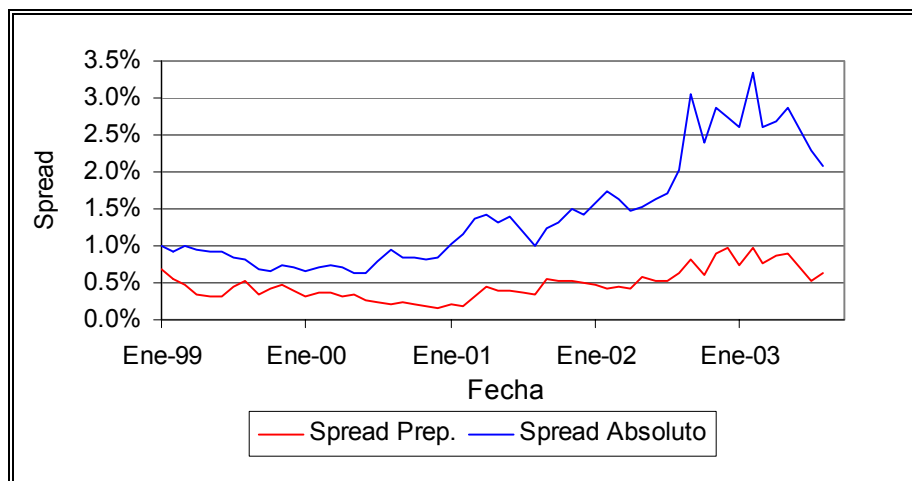


Figura 4-27: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 6,5 y 7,5%

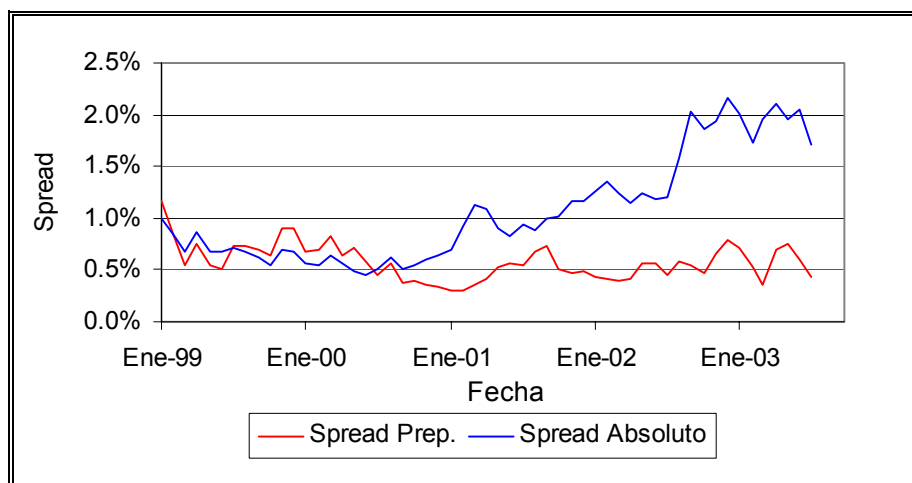


Figura 4-28: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago C para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 5,5 y 6,5%

En las figuras anteriores se aprecia como el *spread* absoluto ha aumentado durante los últimos 3 años de la muestra. El *spread* que incorpora el prepago se evidencia un ligero aumento también. Es notable observar que siempre el *spread* absoluto es mayor que el *spread* con prepago, a excepción de la figura 4-28, donde hay un periodo en que dicha situación se revierte. Esto se debe a que ante tasas de mercado altas, los poseedores de bonos con tasas bajas de emisión son premiados por el prepago, produciendo que las tasas de las LCH bajen.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de los *spreads* observados en los gráficos anteriores, para transacciones de LCH emitidas por el Banco Santiago.

Tabla IV-6: Cuadro resumen de *spreads* de riesgo de crédito-liquidez obtenidos con el modelo C de prepago para LCH emitidas por el Banco Santiago

Plazo(años)	Año	Tasa de Emisión (%)		
		4,5-5,5	5,5-6,5	6,5-7,5
15-20	1999	1,54%	0,77%	0,49%
	2000	1,42%	0,72%	0,35%
	2001	0,94%	0,55%	0,45%
	2002	0,46%	0,47%	0,73%
	2003	0,42%	0,52%	0,86%
10-15	1999	1,31%	0,78%	0,64%
	2000	1,07%	0,64%	0,44%
	2001	1,01%	0,65%	0,56%
	2002	0,46%	0,59%	0,78%
	2003	0,43%	0,64%	0,94%
5-10	1999	1,45%	0,84%	0,76%
	2000	1,36%	0,69%	0,57%
	2001	0,99%	0,71%	0,70%
	2002	0,58%	0,83%	0,89%
	2003	0,46%	0,95%	1,00%

Similar a los cálculos anteriores, la tabla IV-7 entrega los *spreads* promedio para diferentes instituciones emisoras. Cabe destacar que se utilizó la misma función de prepago para todas las transacciones y la misma modelación de la tasa de refinanciamiento calibrada con datos del banco Santiago.

Tabla IV-7: *Spreads* promedio para los diferentes emisores utilizando el modelo C de prepago

Banco	1999	2000	2001	2002	2003
BANCO DE CREDITO E INVERSIONES	0,61%	0,39%	0,56%	0,62%	0,66%
BBVA BANCO BHIF	0,45%	0,35%	0,52%	0,77%	1,23%
BANCO BICE	0,53%	0,34%	0,68%	0,67%	0,69%
BANKBOSTON	0,52%	0,34%	0,62%	0,64%	0,72%
BANCO DE CHILE	0,57%	0,38%	0,59%	0,62%	0,66%
CITIBANK N.A.	0,58%	0,38%	0,55%	0,57%	0,74%
CORPBANCA	1,26%	0,92%	0,88%	0,83%	0,87%
BANCO DEL DESARROLLO	1,05%	0,98%	0,96%	1,12%	1,13%
BANCO DEL ESTADO DE CHILE	0,62%	0,40%	0,42%	0,44%	0,54%
BANCO SECURITY	0,49%	0,32%	0,66%	0,74%	0,74%
BANCO SANTANDER	0,54%	0,36%	0,50%	0,66%	0,80%
BANCO SANTIAGO	0,62%	0,38%	0,57%	0,59%	0,73%
SCOTIABANK SUD AMERICANO	0,76%	0,50%	0,65%	0,70%	0,77%
Promedio Sistema	0,65%	0,44%	0,58%	0,65%	0,71%

De acuerdo a las tablas anteriores, pareciera ser que el *spread* de riesgo de crédito-liquidez (o corregido por prepago) tuviera un cierto sesgo, ya éste debería ser independiente de las distintas tasas de emisión para un mismo emisor. Asimismo se observa que este mismo *spread* disminuye a medida que aumenta el plazo. Esto podría deberse a un significativo premio por liquidez que será analizado con más detalle más adelante en este capítulo.

4.3.5 Modelo D: Prepago Semi-Paramétrico en Tiempo Discreto

Se utiliza la función de prepago semi-paramétrico en tiempo discreto presentada por Follain, Ondrich y Sinha (1997) detallada en el capítulo anterior. Esta formulación entrega como resultado el prepago trimestral, fácilmente anualizable. A su vez, incluye 56 parámetros en la función base $\gamma(t)$, que corresponden al número de trimestres t utilizados en el estudio, pero se especifican solo 4.

Tabla IV-8: Parámetros de la función de riesgo base para el caso de *multifamily mortgages* en Estados Unidos

Parámetro	Valor
$\gamma(0)$	-6,363
$\gamma(19)$	-3,781
$\gamma(38)$	-2,531
$\gamma(55)$	-1,952

Por esto se hará una aproximación de los parámetros restantes por medio de interpolación. Para ello se utilizó un polinomio cuadrático

$$\gamma(t) = -6,363 + 0,164 \cdot t - 0,00154 \cdot t^2 \quad (4.15)$$

Mediante este polinomio, y asumiendo un valor constante de $-1,952$ a partir del trimestre 55 en adelante, se pueden inferir los valores de los restantes parámetros de la función de riesgo base.

Para esta función además se debe utilizar alguna aproximación de la tasa de refinanciamiento. En este caso se implementará la formulación presentada en la sección 4.2.2, y calibrada con datos del Banco Santiago.

En la siguiente figura, se muestran las transacciones de LCH para el período de muestra, sin diferenciar entre tasas de emisión, plazos o emisores.

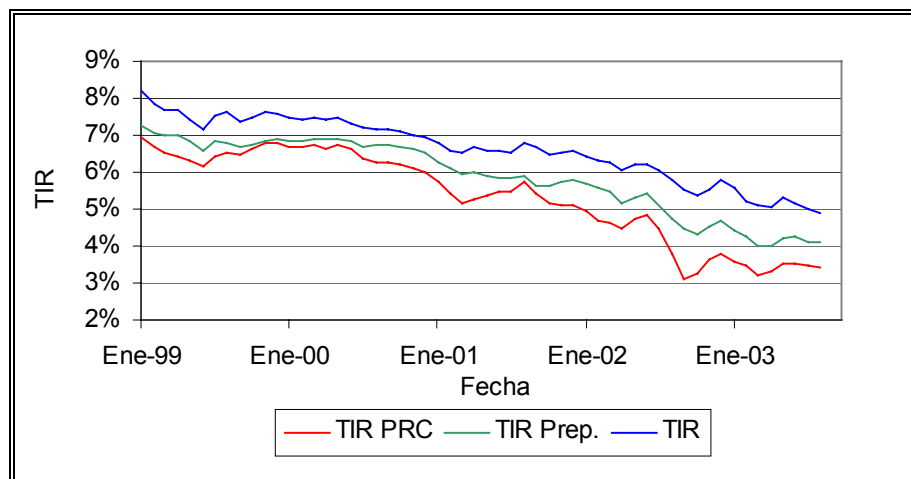


Figura 4-29: Promedio mensual de TIR de mercado, TIR PRC y TIR de acuerdo al modelo de prepago D

En la figura anterior se aprecian las diferencias existentes entre la TIR de mercado y la TIR PRC. A su vez es posible ver la TIR calculada utilizando el modelo D de prepago.

En las figuras siguientes se realiza un análisis de *spreads* presentes en el mercado hipotecario. El *spread* absoluto corresponde a la diferencia entre la TIR de mercado y la TIR PRC, y el *spread* de riesgo de crédito-liquidez es la diferencia entre la TIR de mercado y la TIR obtenida mediante el modelo D de prepago.

De esta forma, la figura 4-30 muestra los *spreads* para las LCH en el periodo de estudio, sin distinguir entre plazos, tasas y emisores.

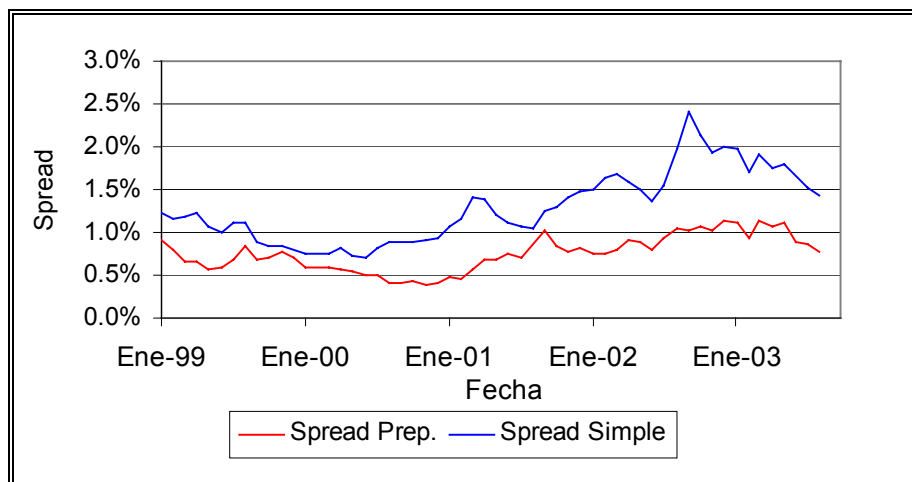


Figura 4-30: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D

A su vez, se quiere ver el efecto de los prepagos para los distintos plazos. Para ello se agrupan las LCH entre 15 y 20 años, entre 10 y 15 años y entre 5 y 10 años. No se diferencia entre tasas de emisión. El emisor en este caso es el Banco Santiago.

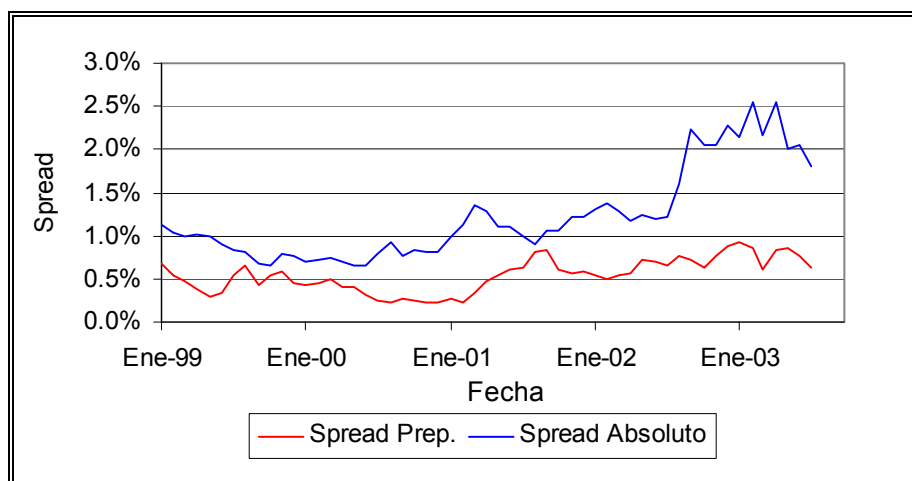


Figura 4-31: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 15 y 20 años

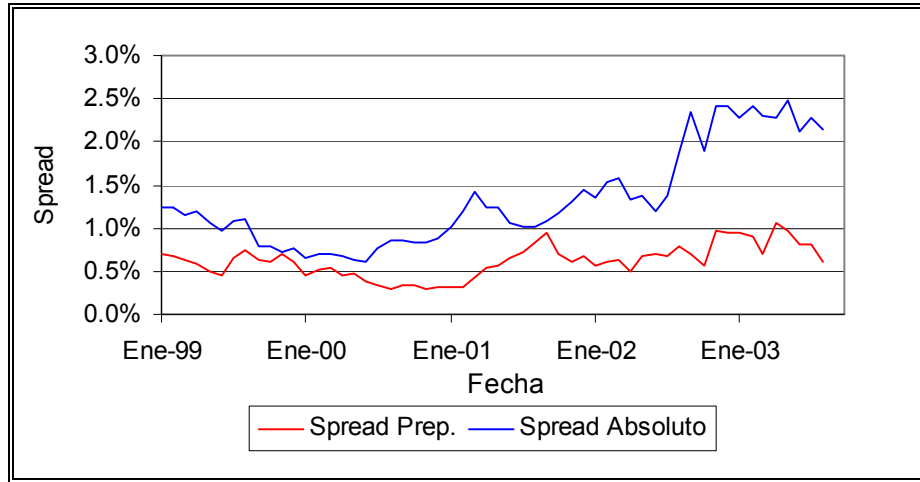


Figura 4-32: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 10 y 15 años

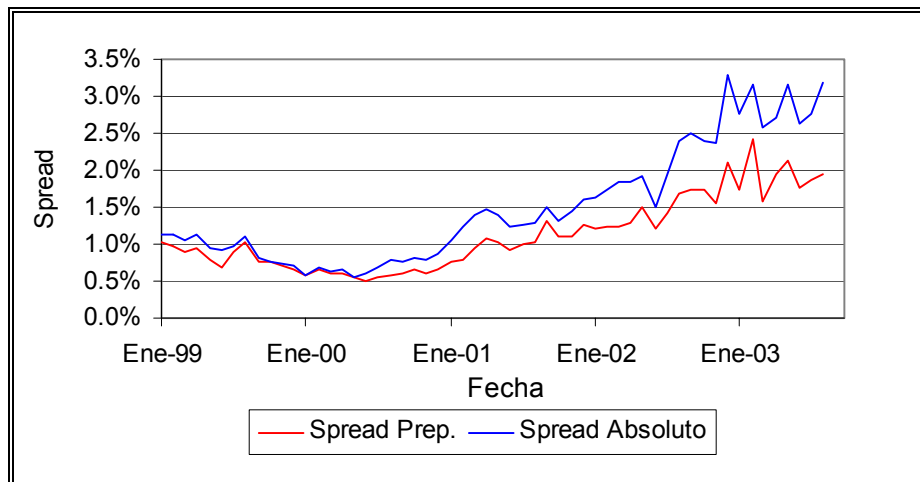


Figura 4-33: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez entre 5 y 10 años

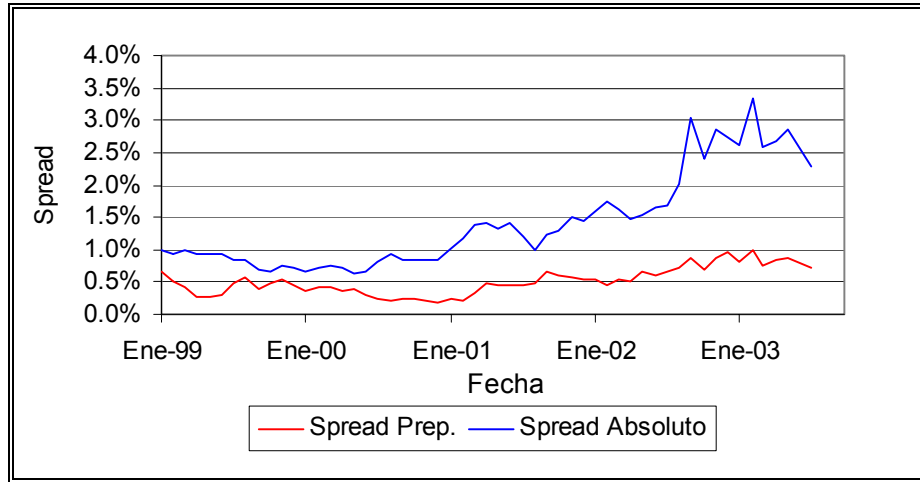


Figura 4-34: Promedio mensual de *spreads* absoluto y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 6,5 y 7,5%

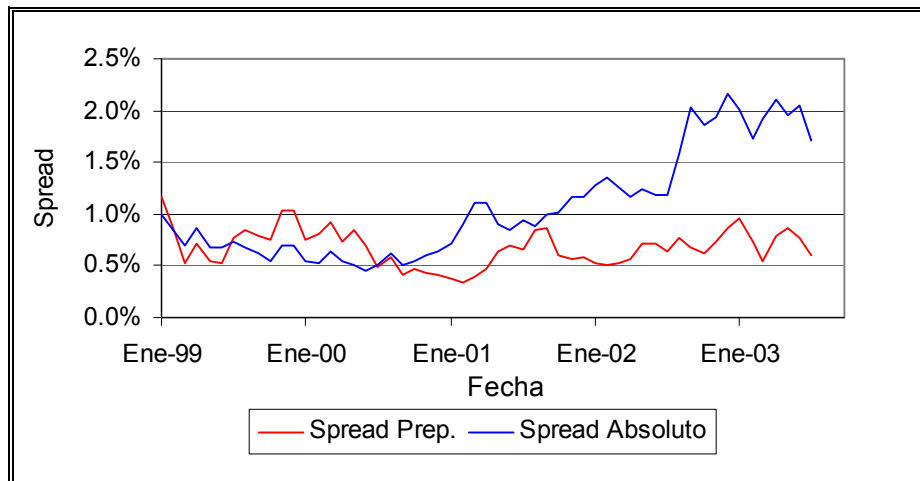


Figura 4-35: Promedio mensual de *spreads* simple y de acuerdo al modelo de prepago D para LCH emitidas por el Banco Santiago y con plazo a la madurez mayor 15 años y tasa de emisión entre 5,5 y 6,5%

En las figuras anteriores se aprecia como el *spread* absoluto ha aumentado durante los últimos 3 años de la muestra. Es notable observar que siempre el *spread* absoluto es mayor que el *spread* con prepago, a excepción de la figura 4-35, donde hay un periodo en que dicha situación se revierte. Esto se debe a que ante tasas de mercado altas, los poseedores de bonos con tasas bajas de emisión son premiados por el prepago, produciendo que las tasas de la LCH bajen.

En la siguiente tabla se muestra un resumen de los *spreads* de riesgo de crédito-liquidez observados en los gráficos anteriores, para transacciones de LCH emitidas por el Banco Santiago.

Tabla IV-9: Cuadro resumen de *spreads* obtenidos con el modelo D de prepago para LCH emitidas por el Banco Santiago

Plazo(años)	Año	Tasa de Emisión (%)		
		4,5-5,5	5,5-6,5	6,5-7,5
15-20	1999	1,64%	0,86%	0,48%
	2000	1,45%	0,81%	0,37%
	2001	1,17%	0,68%	0,44%
	2002	0,82%	0,66%	0,69%
	2003	0,85%	0,83%	0,82%
10-15	1999	1,37%	0,84%	0,65%
	2000	1,29%	0,75%	0,42%
	2001	1,14%	0,70%	0,52%
	2002	0,75%	0,65%	0,85%
	2003	0,69%	0,82%	1,01%
5-10	1999	1,27%	0,83%	0,87%
	2000	0,95%	0,67%	0,69%
	2001	0,93%	0,97%	1,14%
	2002	1,20%	1,47%	1,88%
	2003	1,19%	1,94%	2,29%

Similar a los cálculos anteriores, la tabla IV-10 entrega los *spreads* promedio para diferentes instituciones emisoras. Cabe destacar que se utilizó la misma función de prepago para todas las transacciones y la misma modelación de la tasa de refinanciamiento calibrada con datos del banco Santiago.

Tabla IV-10: *Spreads* promedio para los diferentes emisores utilizando el modelo D de prepago

Banco	1999	2000	2001	2002	2003
BANCO DE CREDITO E INVERSIONES	0,67%	0,44%	0,72%	0,95%	0,90%
BBVA BANCO BHIF	0,51%	0,39%	0,79%	0,84%	0,83%
BANCO BICE	0,77%	0,42%	0,73%	0,78%	0,69%
BANKBOSTON	0,58%	0,40%	0,70%	0,74%	0,82%
BANCO DE CHILE	0,61%	0,46%	0,77%	0,91%	1,06%
CITIBANK N.A.	0,66%	0,46%	0,73%	1,02%	1,03%
CORPBANCA	1,51%	0,86%	0,85%	0,89%	0,97%
BANCO DEL DESARROLLO	1,03%	1,03%	1,07%	1,36%	1,42%
BANCO DEL ESTADO DE CHILE	0,58%	0,44%	0,55%	0,65%	0,75%
BANCO SECURITY	0,50%	0,34%	0,71%	0,79%	0,81%
BANCO SANTANDER	0,61%	0,40%	0,65%	0,83%	0,93%
BANCO SANTIAGO	0,70%	0,45%	0,76%	0,96%	1,19%
SCOTIABANK SUD AMERICANO	0,84%	0,57%	0,84%	1,02%	1,20%
Promedio Sistema	0,66%	0,46%	0,64%	0,79%	0,82%

Como es de esperarse, los bancos más riesgosos tienen un *spread* mayor. Tal es el caso del Banco del Desarrollo y del Scotiabank Sudamericano.

4.4 **Discusión de los Resultados y Conclusiones Preliminares**

La conducta subóptima observada en los precios de mercado de las letras hipotecarias (existencia de precios muy por sobre el valor par, en línea con la evidencia

internacional), hace necesaria la utilización de una metodología de prepago que incorpore tanto el prepago óptimo como el subóptimo.

La utilización de estos modelos de prepago permite cuantificar los riesgos existentes ante cambios en las tasas de interés mediante medidas como la duración efectiva y convexidad efectiva. Esto resulta especialmente útil en la administración de carteras de renta fija que poseen instrumentos hipotecarios como las LCH. En escenarios alcistas de tasas de interés los administradores de carteras intentan acortar la duración de sus carteras con el fin de reducir las potenciales pérdidas de capital producidas, por lo que las LCH resultan especialmente recomendables por la menor duración efectiva y la alta compresión del *spread* que poseen. Modelos como el OAS permiten la cuantificación de dichas medidas, así como la valorización de la opción implícita en las LCH.

Dependiendo de los requerimientos puede ser recomendable utilizar modelos más sofisticados de prepago, como los modelos dinámicos utilizados en este trabajo. Pero los modelos estáticos, como el estándar PSA, son muy utilizados con buenos resultados en mercados desarrollados como Estados Unidos. Por eso se recomienda su utilización como una aproximación inicial. Dentro de los modelos de prepago dinámicos, la elección de un modelo paramétrico o no-paramétrico depende del uso que se le va a dar a cada modelo, ya que pueden ser completamente equivalentes. Se recomienda, sin embargo, un modelo no-paramétrico por la mayor flexibilidad en la función de riesgo base, modelando de mejor forma el prepago real existente en el mercado.

La calibración de este tipo de modelo se vio restringida ante la ausencia de datos de prepago hipotecario, debido a que es considerado por los emisores de LCH como un dato clave que podría ser perjudicial para sus carteras. Para la calibración de estos modelos se requerirían datos específicos, como son los sorteos de letras hipotecarias que se realizan periódicamente. Además sería necesario tener los montos totales emitidos de cada serie, que se encuentran presentes en el libro de registros que cada institución emisora debe poseer por mandato de la SBIF. Con estos datos es posible obtener el monto total prepago de acuerdo al total que circula en el mercado,

componente esencial de los modelos de prepago¹. Otra alternativa sería tener las probabilidades de prepago de algún inversionista institucional como las AFP, que por su tamaño de cartera podrían ser representativas del mercado.

A su vez se observa en el periodo de muestra un aumento del *spread* histórico, que en gran parte sería propiciado por la baja en las tasas de interés, incentivando el prepago. El *spread* proveniente de riesgo de crédito-liquidez también aumentaría sobre todo para tasas más altas. Esto se debería a dos factores: liquidez explicada anteriormente y peores condiciones generales de la economía, situación que también se observa en bonos corporativos y que se ve reflejada incluso en bajas de clasificación de riesgo (Ver Anexo I).

Para representar este aumento de *spread*, el gráfico 4-36 resume las características generales de las LCH para el periodo de observación, utilizando para ello el modelo de prepago D detallado en secciones anteriores para la determinación de la probabilidad de prepago.

El gráfico 4-36 muestra la TIR promedio anual, la TIR asumiendo un prepago determinado por el modelo D y la TIR libre de riesgo equivalente. No se distingue entre emisores, tasas de emisión o plazo. Es posible observar que si bien existe un alza en el *spread* absoluto, éste disminuye considerablemente al utilizar el modelo de prepago, lo que representaría el rendimiento real promedio de este tipo de instrumentos por sobre activos libres de riesgo para el mercado chileno.

¹ En un futuro cercano será posible obtener la información de montos “outstanding” en el mercado y prepagos de letras hipotecarias, información contenida en las bases de datos del DCV que posee más del 95% de los títulos presentes en el mercado.

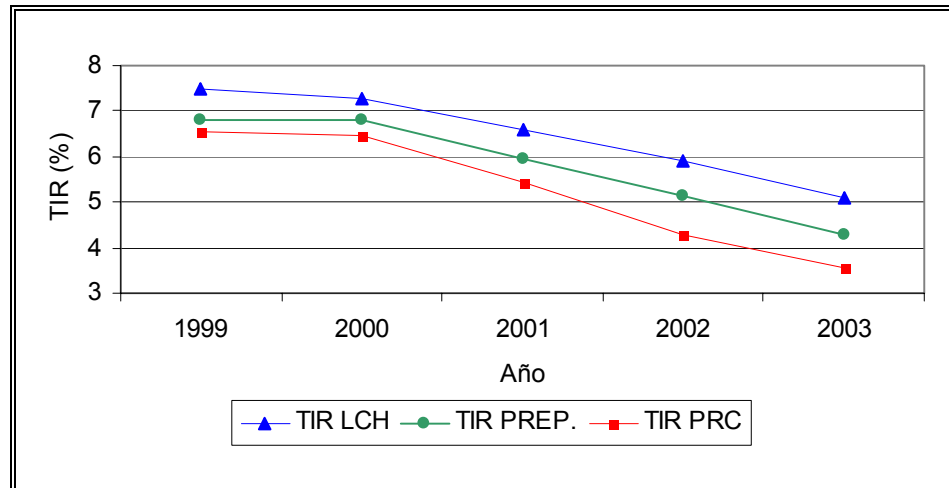


Figura 4-36: Promedio anual de TIR de mercado, TIR de acuerdo al modelo de prepago D y TIR PRC

La liquidez es un factor muy importante a considerar en este mercado. Mientras los instrumentos emitidos a la tasa de emisión prevaleciente en el mercado son transados frecuentemente ya que se emiten constantemente, aquellos con tasas superiores (o inferiores) poseen problemas de liquidez. En el Capítulo II se observó los cambios en las transacciones de mercado a medida que las tasas de mercado cambian, aumentando la liquidez de algunos tipos de letras (según tasa de emisión y plazo) y disminuyendo la de otras.

Otro aspecto a considerar es que gran parte de las LCH son adquiridas por compañías de seguros y AFP que las conservan hasta la madurez, hace que se resienta la liquidez, afectando principalmente a los plazos cortos. A su vez, en el corto plazo los montos transados son muy pequeños, producto del prepago y amortizaciones de capital, esto hace que los inversionistas no transen en estos plazos, ya que ante montos tan pequeños resulta muy difícil formar una cartera.

El siguiente gráfico muestra las diferencias el *spread* para distintas tasas de emisión luego de asumir un prepago, aislando el premio por riesgo-liquidez. Similarmente al gráfico anterior, no se distingue entre emisores y plazo.

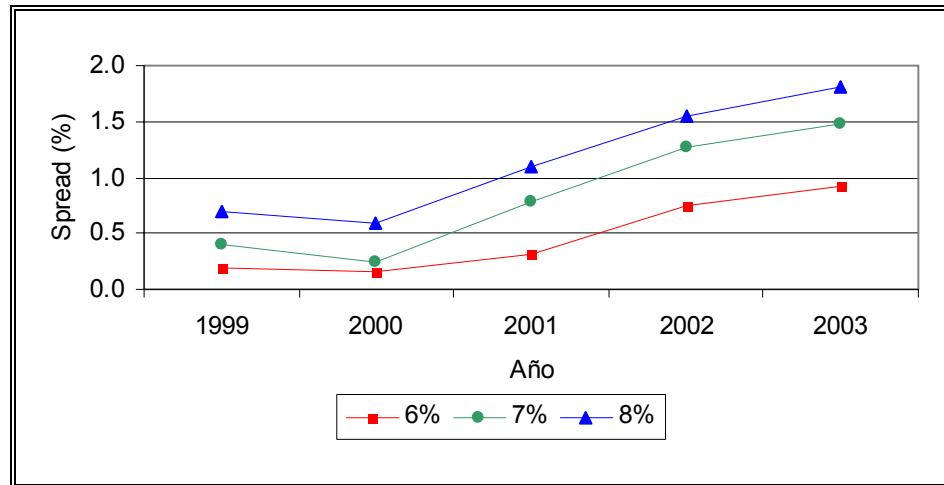


Figura 4-37: Promedio anual de *spread* de acuerdo al modelo de prepago D para diferentes tasas de emisión

La figura 4-37 mostraría la existencia de un premio por liquidez para letras de tasas de emisión mayores, puesto que no se justificaría un mayor premio por riesgo crediticio para plazos similares.

Otro aspecto de relevancia en la calibración de un modelo de prepago es la existencia de diferentes emisores de letras hipotecarias, ya que sus clientes presentan conductas de prepago diferentes, básicamente de acuerdo al segmento de la población al que se enfoca el emisor. Por ejemplo, es sabido que el Banco del Estado presenta niveles bajos de prepago en relación a otros emisores producto que se enfoca principalmente al segmento de la población C2, C3 y D en los que generalmente los montos de los créditos son menores y existe una mayor desinformación acerca de las posibilidades de refinanciamiento. Es por esto que es recomendable calibrar distintas funciones de prepago para cada emisor, o agruparlos de acuerdo a las conductas similares de prepago observadas de los deudores.

En este capítulo se utilizaron modelos de prepago que consideran conductas como el refinanciamiento, *seasoning*, estacionalidad y *burnout*. En el capítulo siguiente se describirán algunas otras variables que podrían ser utilizadas en un modelo de prepago hipotecario.

V RIESGO DE CREDITO Y SPREADS EN EL MERCADO DE LCH

Hasta este punto en esta tesis se propuso metodologías de modelación y valorización de la opción de prepago, permitiendo separar los riesgos implícitos en los precios de mercado tales como: riesgo de prepago, y riesgo de crédito-liquidez. En este capítulo se adopta un enfoque distinto, complementario con el anterior, el cual busca modelar la relación entre el *spread* absoluto -medido como la diferencia entre la Tasa Interna de Retorno (TIR) de las Letras de Crédito Hipotecarias (LCH) y la TIR de algún instrumento libre de riesgo comparable- y otros factores presentes en el mercado. De esta forma, mediante un modelo de regresión, se pretende dar una visión global de los factores que pueden influenciar la conducta de prepago en Chile, así como del riesgo crediticio, con el fin de utilizar esta información en futuros modelos de prepago y valorización apropiados para las LCH.

La mayor parte de los estudios existentes estiman el *spread* en comparación a algún instrumento específico de deuda libre de riesgo existente en el mercado, como por ejemplo los bonos del Tesoro estadounidense a 10 años, o el PRC de 8 años de madurez en el caso chileno. Otra alternativa es la utilizada por Driessen (2001), que implementa un modelo de Nelson y Siegel (1987) para estimar los precios de un bono descontando sus flujos a una tasa libre de riesgo. En este capítulo se utilizará el modelo dinámico de tasas de interés de 3 factores, también utilizado en el Capítulo IV, como *proxy* de la tasa libre de riesgo prevaleciente. La utilización de un modelo de tasas de interés reales en Chile representa un avance, puesto que de esta manera es posible estimar un *spread* que se ajusta de mejor forma con el *spread* real existente en el mercado.

En la literatura es posible encontrar una variedad de estudios en los cuales se ha intentado explicar el comportamiento de las tasas de interés exigidas, o bien del premio por riesgo de los instrumentos financieros a partir de ciertas variables observadas en la economía. Debido a que la determinación de los precios se produce en un sistema económico complejo, es factible que una variedad de factores económicos, posiblemente correlacionados, afecten la determinación de dichos precios. La inclusión de estos factores y generalmente muchos de los indicadores utilizados coinciden en los distintos estudios como variables explicativas del comportamiento, estimación y proyección de

tasas. La incertidumbre asociada a dichos factores económicos está representada y resumida por las variables presentes en el modelo.

En este estudio, la introducción de ciertas variables tiene como objetivo representar algunas características propias de los instrumentos con respaldo hipotecario, así como la conducta observada en los bonos corporativos. El análisis desarrollado para estudiar la identificación de las variables está principalmente basado en el que proponen numerosos estudios, tales como Rothberg, Nothaft y Gabriel (1989), quienes analizan modelos de *spreads* para *Passthrough* considerando el prepago. La representación de los modelos de riesgo crediticio de bonos se ajusta a la utilizada por Shulman, Bayless y Price (1993).

En este capítulo se presenta en detalle el método de estimación empleado y los resultados obtenidos en función de los parámetros y sus errores de ajuste a los *spread* del mercado. Finalmente, se discute acerca de las relaciones existentes entre las distintas variables estudiadas y se plantean futuras aplicaciones de los modelos propuestos.

5.1 Nociones Básicas

Como se ha visto anteriormente, valorizar un *mortgage* es significativamente más desafiante que valorizar un bono corporativo. Primero, tiene que lidiar con muchas contrapartes (miles de deudores), cuyas características son simplemente inobservables y por ende no medibles. Segundo, los *mortgages* tienen más riesgos involucrados debido al prepago. De acuerdo a esto, los principales riesgos que presenta un instrumento con respaldo hipotecario como una LCH son: riesgo de prepago, riesgo de crédito o de emisor, y finalmente el riesgo de liquidez.

Los deudores individuales siguen en contacto en forma indirecta con el inversionista, al poseer la opción de prepagar o de no pagar el crédito. Ambas alternativas son percibidas como un prepago por los inversionistas en LCH, anticipando los flujos del instrumento.

En la literatura referente a bonos corporativos, el riesgo crediticio se asocia a la estructura de capital prevaleciente en la firma. En este caso, el riesgo corresponde a la capacidad de pago de los bancos emisores. Es de esperarse que un instrumento con mayor riesgo de crédito ofrezca tasas mayores al mercado en compensación por el riesgo extra que los inversionistas están adquiriendo.

El riesgo de liquidez refleja la capacidad de comprar o vender un activo en un momento dado y es específico a cada instrumento. Si un instrumento es frecuentemente transado y en grande volúmenes (por ejemplo, los bonos del Tesoro de Estados Unidos), entonces su riesgo de liquidez es cercano a 0. De otra forma, los inversionistas pueden incurrir en un riesgo de liquidez significativo, especialmente cuando un tipo de instrumento es nuevo en el mercado y no es muy conocido.

En este punto, el *spread* entre la tasa del *mortgage* y la tasa libre de riesgo (de un bono de características comparable) puede ser dado por:

$$S = RP_t(p, d, l) \quad (5.1)$$

RP es el premio por riesgo que depende de: el riesgo de prepago (p), el riesgo de no-pago (d) y el riesgo de liquidez (l).

5.2 Identificación de Parámetros y Modelación

El prepago de los *mortgages* es mayormente causado por la diferencia entre la tasa de emisión y la tasa de mercado a la cual es posible refinanciarse. Rothberg, Nothaf y Gabriel encontraron que estos factores eran determinantes en la estimación de los *spreads* de *Pastthrough* emitidos por *Ginnie Mae* y *Fannie Mae*. Modelos de prepago, tales como el propuesto por Follain, Ondrich y Sinha (1997), utilizan como variable de refinanciamiento la diferencia entre los valores presentes de los flujos a la tasa de refinanciamiento y de emisión respectivamente.

A su vez, el valor de un *mortgage* incorpora la opción del deudor de prepagar (*call*) y la opción del deudor de no pagar el crédito (*put*). Para los créditos hipotecarios el prepago es mayor al *default*, por lo que la *call* implícita domina. Al incrementarse la volatilidad de las tasas de interés el valor de la opción también aumenta su valor, y por consiguiente dicha volatilidad se encuentra positivamente correlacionada con los *spreads*.

De los modelos de valorización de activos contingentes explicados en el Capítulo III se desprende que

$$\frac{\partial V}{\partial \sigma_r} < 0 \quad (5.2)$$

donde V es el valor de un instrumento respaldado por una hipoteca y σ_r corresponde a la volatilidad de la tasa de interés. Por lo tanto se puede ver que se cumple para el *spread*

$$\frac{\partial S}{\partial \sigma_r} > 0 \quad (5.3)$$

Similarmente, y de acuerdo con la teoría de las expectativas¹, la pendiente de las tasas de interés es un indicador del cambio futuro de las tasas spot esperadas en el mercado. Si se espera que las tasas de interés suban en el futuro, eso incrementa la probabilidad que el prepago sea beneficioso y esto debería traer *spreads* mayores. El resultado obtenido por Rothberg, Nothhaft y Gabriel es consistente con estas expectativas.

Todas estas apreciaciones son confirmadas en el análisis de regresión efectuado por Cho (2002), el cual indica que, en los Estados Unidos, la volatilidad de las tasas de los *mortgages*, el valor de las viviendas y la forma de la curva de tasas libre de riesgo muestran correlación positiva con el *spread* de tasas registrado.

Por otro lado, de acuerdo a Titman y Torous (1989), existe evidencia de una correlación positiva en los cambios de la tasa de interés y el valor de las viviendas que actúan de colateral. Consecuentemente, una volatilidad mayor de la tasa de interés está asociada directamente con una volatilidad mayor del valor de los bienes hipotecados, y por ende existe la probabilidad que el deudor no pague su crédito cuando el saldo remanente por amortizar excede el valor de dicha propiedad hipotecada.

Se utiliza la variable Duración como indicador de plazo promedio (en años) que resta al vencimiento en cada una de las letras en cuestión. Esta variable lleva estrecha relación con el riesgo que tiene cada instrumento ante un cambio de tasas de interés. Se utilizará dicha variable puesto que captura además del efecto tiempo, las diferencias en el patrón de pagos establecidos en cada instrumento. La variable convexidad por su parte refleja la condición de curvatura del precio propia de los

¹ Esta teoría señala que las tasas de interés de largo plazo deben reflejar las expectativas futuras de tasas de corto plazo. Más precisamente, que las tasas *forward* de algún periodo determinado es igual a la tasa cero esperada para dicho periodo.

instrumentos de renta fija, y depende también de la estructura de pagos y del tiempo a la madurez.

Una variable que resulta fundamental en la aplicación de un modelo de *spreads* es la clasificación de riesgo crediticio, observándose que mientras mejor es la clasificación de riesgo asignada determinado instrumento, menor es su tasa exigida (o su premio por riesgo) y por ende mayor su precio de mercado. Esta situación puede observarse en forma marcada en las transacciones presentes en el mercado¹.

Siguiendo estas especificaciones se propone el siguiente modelo generalizado para el *spread* (S) de las letras de crédito hipotecario:

$$S_{it} = \beta_0 + \beta_1 DUR_{it} + \beta_2 CONV_{it} + \beta_3 REF_{it} + \beta_4 VOL_{it} + \beta_5 PEND_{it} + \beta_6 D_{it} + \varepsilon_{it} \quad (5.4)$$

En esta ecuación, DUR representa la duración, $CONV$ es la convexidad, REF es la variable asociada el refinanciamiento, VOL es la volatilidad de tasas de interés, $PEND$ es la pendiente de las tasas de interés explicada, y D representa a las variables *Dummies* por riesgo de crédito incluidas en el modelo.

Debido al interés del mercado en conocer el *spread* como diferencia simple de tasas, siguiendo a Merton (1974), se define el premio por riesgo (S) o *spread* absoluto como $r_{LCH} - r_{PRC}$ donde r_{LCH} proviene de un instrumento libre de riesgo comparable (r_{PRC}). Sin embargo, como se señala en Rothberg, Nothaft y Gabriel, debido a los efectos causados por el pago de impuestos² es preferible analizar el *spread* relativo r_{LCH}/r_{PRC} . Ambrose, LaCour-Little y Sanders (2002) propone la utilización del logaritmo del *spread* absoluto como variable dependiente.

¹ Ver Fuentes y Basch (1998) para un estudio de los determinantes de los *spreads* bancarios en Chile.

² Los impuestos afectan los *spreads* porque los bonos del tesoro americano están exentos de impuestos locales, mientras los instrumentos respaldados por hipotecas no lo están.

5.3 Metodología

5.3.1 Descripción de los Datos

Se utilizaron para la estimación los mismos datos presentados en el capítulo anterior, vale decir: transacciones de mercado, tablas de desarrollo, modelo de tasas de interés libre de riesgo y clasificaciones de riesgo detalladas en el Anexo I. El periodo de muestra es entre enero de 1999 y agosto del 2003.

5.3.2 Variables a Explicar o Dependiente

Dado que lo que se desea explicar es el *spread* entre la TIR de la LCH y la de un instrumento similar libre de riesgo se hace necesaria la utilización de la TIR PRC, calculada en el capítulo anterior.

A modo de ejemplo, las figuras 5-1 y 5-2 muestran las transacciones y el *spread* absoluto con respecto a la TIR PRC, obtenidos para las transacciones de LCH emitidas al 7% por el Banco Santiago (STG) y Banco del Desarrollo (DES) con 20 años de plazo a la madurez.

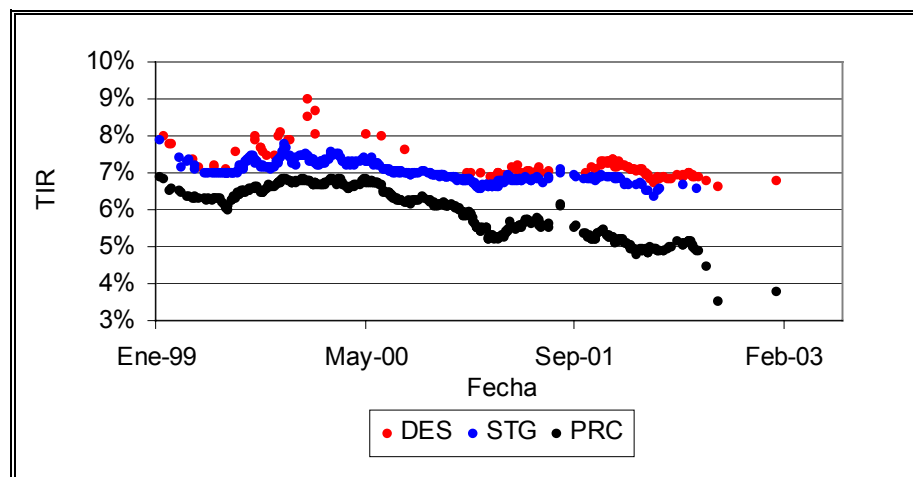


Figura 5-1: Gráfico comparativo TIR de Mercado de LCH emitidas por el Banco Santiago (STG) y el Banco de Desarrollo (DES) al 7% y con 20 años plazo y LCH valorizadas a la tasa libre de riesgo (diciembre 1998 – noviembre 2002)

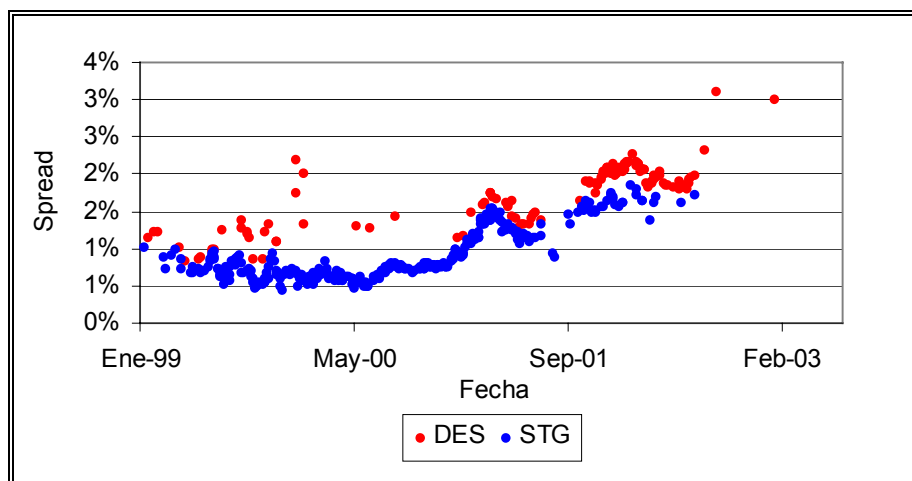


Figura 5-2: Gráfico comparativo *spread* absoluto de LCH emitidas por el Banco Santiago (STG) y el Banco de Desarrollo (DES) al 7% y con 20 años plazo y LCH valorizadas a la tasa libre de riesgo (diciembre 1998 – noviembre 2002)

5.3.3 Variables Explicativas o Independientes

Para cada una de las transacciones de mercado de LCH fue necesario recolectar y calcular la información que se detalla a continuación.

Las variables *DUR* y *CONV* fueron calculadas de acuerdo a las formulas entregadas en el Anexo E y ocupando para ello la TIR proveniente de cada transacción.

Para determinar la variable *REF*, fundamental en la modelación del comportamiento de prepago, es necesario determinar la tasa de refinanciamiento. Para ello se utilizaron datos provenientes de 2 fuentes:

- a) Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras (SBIF).
- b) Transacciones de mercado.

Para la primera fuente, la SBIF entrega la tasa promedio mensual de emisión de LCH según cada institución presente en el mercado, diferenciando para vivienda y fines generales, pero no distinguiendo entre distintos plazos. Estos datos se encuentran disponibles desde diciembre de 1998 hasta febrero del año 2003.

Para la segunda fuente, se considera como tasa de refinanciamiento aquella a la que cada institución emisora vende sus LCH entre el 99 y el 101% sobre el valor par, y/o poseen cupones cortados. Una vez obtenidas dichas tasas, se procedió a obtener un promedio mensual debido a la limitada cantidad de transacciones disponibles para cada tipo de letra. Cabe destacar que se asume que es posible refinanciar a dicha tasa independiente del plazo que tengan, ya que no distinguen entre distintos plazos, debido a la escasez de transacciones.

De los modelos de prepago estudiados en esta tesis se desprende que la variable *REF* puede estar dada en términos de diferencias de tasas $r_e - r_r$, donde r_e es la tasa de emisión de la letra y r_r es la tasa de refinanciamiento a la cual es posible solicitar un crédito hipotecario, o bien como diferencias entre valores presentes $[VP(r_r) - VP(r_e)] / VP(r_e)$. Para incorporar las no-linealidades sobre esta variable, se añade un término cuadrático y/o cúbico.

La figura 5-3 muestra la evolución en el tiempo de las tasas de refinanciamiento para el caso del Banco Santiago y el Banco del Desarrollo utilizando datos de la SBIF.

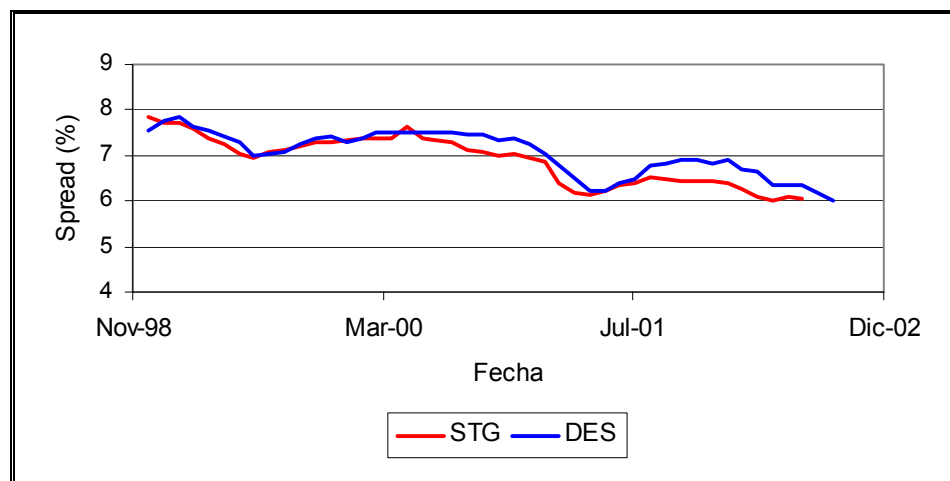


Figura 5-3: Tasas de refinanciamiento para el Banco Santiago (STG) y el Banco del Desarrollo (DES) (diciembre 1998 – febrero 2003)

Para estimar la variable *VOL* se utilizaron las volatilidades de las tasas libre de riesgo, ya que las tasas de refinanciamiento y las tasas libres de riesgo se encuentran muy correlacionadas, como se señaló anteriormente en esta tesis.

Para calcular la volatilidad se utilizó como medida los cambios diarios en las tasas cero cupón durante 1 año anterior a la fecha de valorización, y luego se calculó la desviación estándar anualizada de los datos resultantes. Pero debido a que las LCH son bonos con cupones y sólo se encuentran disponibles las volatilidades de la tasa cero cupón, se asumió que la volatilidad de la tasa de refinanciamiento de cada LCH es igual a la volatilidad de un bono de descuento con madurez igual a la duración de la letra.

La pendiente de la curva de tasas libre de riesgo, representada por la variable *PEND*, es otra variable de relevancia en el estudio. Para ello se obtuvo la diferencia entre la tasa de 20 años y la de 5 años para todos los días presentes en la muestra. De esta manera se evita tener problemas con el tramo corto de la curva que muchas veces, por tratarse de una curva real, presenta formaciones irregulares y además porque para las LCH es más relevante el tramo más largo de la curva.

Si bien una parte importante del riesgo crediticio está implícito en las tasas de refinanciamiento, es probable que las tasas que emiten los bancos no reflejen el real riesgo del banco emisor. Existiría entonces un sesgo a emitir a tasas menores que las correspondientes al riesgo de cada banco, sobretodo los más riesgosos, para entregar una impresión de menor tasa final para sus clientes. Cuando esto ocurre, las LCH son castigadas (vendidas bajo la par) en el mercado al ser emitidas, obligando al deudor a entregar un mayor pie. Es por ello que se incluyó la clasificación de riesgo que cada institución financiera posee para la emisión de LCH¹. Algunas entidades tales como Fitchrating o Fellerate poseen dichas clasificaciones de acuerdo a ciertos parámetros que son especificados en más detalle en el Anexo I.

Las variables *Dummies* que reflejan el riesgo crediticio corresponden a:

¹ Las instituciones emisoras pueden tener clasificaciones de riesgo para los bonos, letras de crédito, pagarés bancarios, y además tienen una clasificación general. No necesariamente son iguales.

$$D(1) = \begin{cases} 1 & \text{si el emisor posee rating AAA} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$D(2) = \begin{cases} 1 & \text{si el emisor posee rating AA+} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$D(3) = \begin{cases} 1 & \text{si el emisor posee rating AA} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$D(4) = \begin{cases} 1 & \text{si el emisor posee rating AA-} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

$$D(5) = \begin{cases} 1 & \text{si el emisor posee rating A+ o menor} \\ 0 & \text{en otro caso} \end{cases}$$

Pese a que en general los niveles de riesgo de las instituciones financieras son considerados muy estables, han existido cambios en las clasificaciones de riesgo a través del tiempo. Estos cambios pueden deberse a un deterioro en las condiciones generales de la economía, lo que puede observarse en una continua baja de tasas de interés y en una pendiente de tasas mayor. Estos cambios de clasificación, además de las fusiones¹ de bancos producidas en el periodo de estudio, fueron considerados. Más detalles en Anexo I.

Es necesario hacer notar que se tienen las clasificaciones de riesgo con frecuencia anual. Una situación ideal sería contar con dichos datos cada vez que son reclasificadas las instituciones emisoras de LCH.

El siguiente gráfico muestra los cambios en la TIR de mercado de acuerdo a las distintas clasificaciones de riesgo durante el periodo de observación de acuerdo a Fitchrating.

¹ La cartera de letras de los bancos antes de la fusión pasa a tener la misma clasificación de riesgo del banco resultante de dicha fusión.

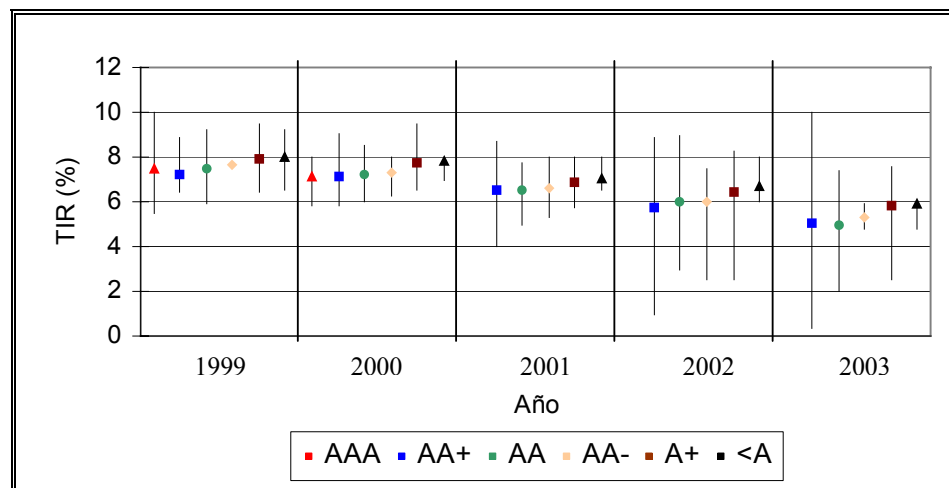


Figura 5-4: TIR Promedio según clasificación de riesgo de Fitchratings (1999–2003)¹

5.3.4 Agrupación de Datos

Una vez que se poseen todos los datos para las transacciones de mercado, éstos se agruparon según plazo restante. Por ejemplo, las transacciones entre 9,5 y 10,49 años se consideraron como transadas a 10 años plazo, y así sucesivamente. Luego de agrupar por plazos y emisores, se obtuvieron los promedios diarios según montos transados en bolsa, lo que entrega una mejor aproximación de los precios reales existentes en el mercado y disminuye significativamente el número de observaciones.

Tal como se ha señalado anteriormente, las letras de plazos cortos tienen problemas de liquidez. Esto hace que dichas LCH no sean representativas del mercado. Por ello, siguiendo a Duffie y Singleton (1999), todos los instrumentos con madureces menores a 3 años fueron retirados de la muestra.

¹ Desde el año 2001 en adelante no existen bancos con clasificación AAA.

Luego de agrupar los datos, se obtuvo un total de 55.675 para el caso de datos de la SBIF y 64.289 transacciones para el caso de las tasas de mercado¹. Para una descripción estadística de las variables utilizadas en la regresión ver el Anexo H.

5.3.5 Problemas Econométricos

Para las regresiones estimadas a partir de cortes transversales existen 2 problemas econométricos principales que pueden afectar la correcta especificación de un modelo. Estos problemas son: Heterocedasticidad y Multicolinealidad.

a) Heterocedasticidad:

Un problema econométrico bastante común en regresiones estimadas a partir de cortes transversales es la heterocedasticidad, cuando la varianza de los errores no es constante. Esto implica que, si bien las estimaciones por Mínimos Cuadrados Ordinarios son consistentes en presencia de este problema, los errores estándar ya no son válidos, y en definitiva los *test* de significancia estadística de los parámetros no son confiables.

Este problema puede ser identificado mediante la utilización de un *test* propuesto por White (1980) y corregido mediante los algoritmos de White o de Newey y West (1987) con el fin de obtener la verdadera significancia estadística de los parámetros.

b) Multicolinealidad:

La multicolinealidad entre algún conjunto de variables distorsiona la capacidad de aislar el impacto de cada variable en particular, haciendo que la interpretación sea menos fiable.

Es un problema bastante común de las variables de un modelo econométrico. Si bien no introduce sesgo en los estimadores produce un aumento en la varianza de los mismos (y covarianza) induciendo *test t* menores y reduciendo el poder que tienen dichos *test*. Algunos síntomas de colinealidad son: un elevado R^2 al mismo tiempo que

¹ Esta diferencia se produce debido a que los datos provenientes de la SBIF tienen se encuentran disponibles hasta febrero del 2003.

test t bajos, correlaciones simples altas entre coeficientes (pueden ser bajas y haber colinealidad si la correlación es del tipo múltiple), R^2 altos entre variables explicativas y que el número de condición sea alto¹.

5.4 Estimación y Resultados

Se utiliza una regresión lineal para obtener las relaciones entre las distintas variables. La estimación se realizó por el método de Mínimos Cuadrados Ordinarios (MCO), que provee resultados consistentes de acuerdo a la especificación del modelo. Aunque no existió evidencia de heterocedasticidad en la muestra, se corrigió la estimación utilizando la metodología de Newey y West.

Para evitar la singularidad en la matriz de estimación, se debe excluir de la regresión una variable *Dummy* del grupo. Para este fin se escogió eliminar la variable $D(2)$ que corresponde a la más transada en el mercado, de esta forma el intercepto β_0 toma su función dentro de la estimación. Entonces los coeficientes de las restantes *Dummies* deben ser interpretados como la diferencia entre los bonos clasificados como AAA, AA, AA- y A+, y el *spread* de la *Dummy* excluida. Es según lo anterior que se esperaría que los coeficientes de $D(3)$, $D(4)$ y $D(5)$ sean negativos y decrecientes en su valor absoluto.

Las variables *DUR* y *CONV* tienen una correlación de 0,98 por lo que debe ser considerada sólo una de estas variables para evitar que se produzca un problema de multicolinealidad. En este caso se consideró la variable *DUR*, por su menor orden de magnitud, y uso popular en renta fija como medida de riesgo de tasas de interés.

Los modelos que utilizan *REF* en términos de diferencias de tasas $r_e - r_r$, donde r_e es la tasa de emisión de la letra y r_r es la tasa de refinanciamiento a la cual es posible solicitar un crédito hipotecario, obtienen mejores resultados en términos de ajuste, que los modelos donde *REF* se encuentra en términos de diferencias entre valores presentes $[VP(r_r) - VP(r_e)] / VP(r_e)$. Similarmente, al incluir la variable REF^2 , ésta resultó más significativa que REF^3 para cada caso. Esto, sumado al hecho de una menor

¹ Raíz de la razón entre la mayor y la menor de las raíces características de $X'X$. Valor de uno implica ortogonalidad. Valores cercanos a 20 o 30 indican colinealidad seria.

correlación con la variable REF , hace que se escoja la variable REF^2 para las regresiones. Para más detalles ver Anexo H.

A continuación se presentan los resultados más importantes obtenidos, tanto para los datos de refinanciamiento obtenidos de la SBIF como para los datos obtenidos del mercado.

5.4.1 Resultados

Se muestran los resultados de las regresiones que utilizan como variables dependientes a $r_{LCH} - r_{PRC}$ y a $\log(r_{LCH} / r_{PRC})$, por resultar más significativas.

En primera instancia se realizaron estimaciones sin considerar las variables *Dummies*, para luego incluirlas en las regresiones siguientes. C representa a la constante.

Las tablas V-1 y V-2 muestran los resultados obtenidos para las regresiones utilizando datos de la SBIF y de mercado para determinar las variables REF (a la derecha de cada coeficiente se encuentra su estadístico t asociado).

Tabla V-1: Resultados regresión lineal para el modelo con datos SBIF (1999-2003)

Variable	Sin <i>Dummies</i>		Con <i>Dummies</i>	
	$r_{LCH} - r_{PRC}$	$\log(r_{LCH} / r_{PRC})$	$r_{LCH} - r_{PRC}$	$\log(r_{LCH} / r_{PRC})$
C	0,93(76,82)	0,072(24,91)	0,813(75,05)	0,052(18,88)
REF	0,442(146,92)	0,076(120,58)	0,445(168,93)	0,077(129,29)
REF^2	0,149(53,46)	0,031(44,02)	0,152(58,53)	0,032(45,31)
$PEND$	38(83,05)	11,383(104,25)	38,691(96,98)	11,626(111,56)
VOL	28,942(36,2)	12,351(57,21)	30,018(41,03)	12,516(60,21)
DUR	-0,019(-12,1)	0,001(2,76)	-0,014(-9,88)	0,002(5,09)
$D1$			-0,058(-13,73)	0,006(6,57)
$D3$			0,007(1,77)	0,006(6,89)
$D4$			0,088(22,2)	0,019(20,34)
$D5$			0,526(115,01)	0,081(75,72)
R^2	0,737	0,799	0,819	0,827

Tabla V-2: Resultados regresión lineal con variables *Dummies* para el modelo con datos de mercado (1999-2003)

Variable	Sin <i>Dummies</i>		Con <i>Dummies</i>	
	$r_{LCH} - r_{PRC}$	$\log(r_{LCH} / r_{PRC})$	$r_{LCH} - r_{PRC}$	$\log(r_{LCH} / r_{PRC})$
<i>C</i>	1,059(111,95)	0,067(13,35)	0,953(119,49)	0,048(23,71)
<i>REF</i>	0,384(125,76)	0,068(90,49)	0,435(169,49)	0,076(117,57)
<i>REF</i> ²	0,142(65,03)	0,029(35,98)	0,131(72,23)	0,028(59,99)
<i>PEND</i>	34,332(87,79)	9,641(51,84)	33,578(101,69)	9,625(115,07)
<i>VOL</i>	22,11(55,86)	13,675(40,63)	22,572(68,64)	13,738(164,9)
<i>DUR</i>	-0,038(-26,15)	0,001(1,07)	-0,033(-27,64)	0,001(4,44)
<i>D1</i>			-0,088(-9,09)	0,001(0,52)
<i>D3</i>			-0,04(-10,27)	-0,004(-4,22)
<i>D4</i>			0,087(19,72)	0,02(18,24)
<i>D5</i>			0,643(144,71)	0,105(93,48)
<i>R</i> ²	0,663	0,767	0,768	0,804

5.4.2 Estabilidad de los Modelos

Resulta interesante evidenciar cuán importante resulta cada variable explicativa en la determinación del *spread*. Para ello se debe estimar la ecuación (5.4), excluyendo una variable y repitiendo este procedimiento tantas veces como variables tenga la regresión. De esta manera se puede ver cuánto se reduce el R^2 cuando una variable no es incluida en la regresión.

Las siguientes figuras muestran la diferencia entre el R^2 de la regresión total y el R^2 en la regresión *j*-ésima tanto para datos de la SBIF como para datos de mercado. Se utilizaron sólo los modelos $\log(r_{LCH} / r_{PRC})$ por tener mejores resultados de acuerdo al ajuste obtenido.

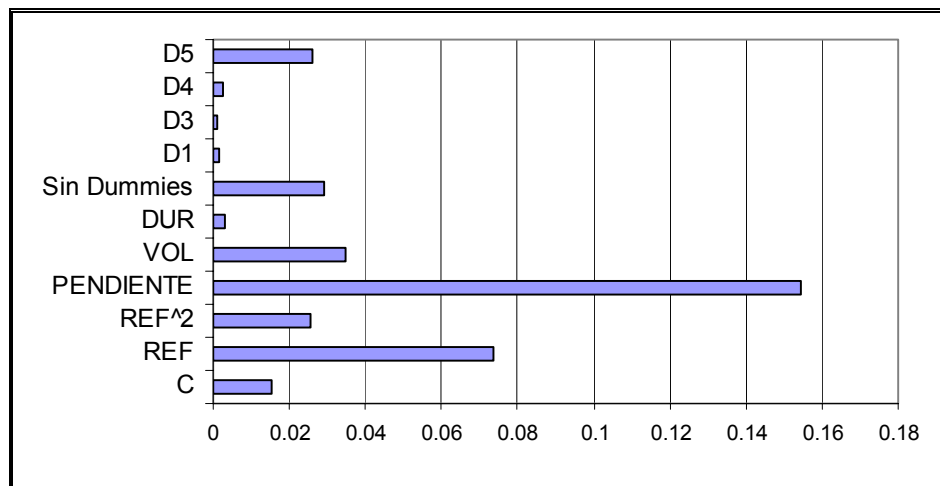


Figura 5-5: Contribución marginal de cada variable explicativa para modelo con datos SBIF

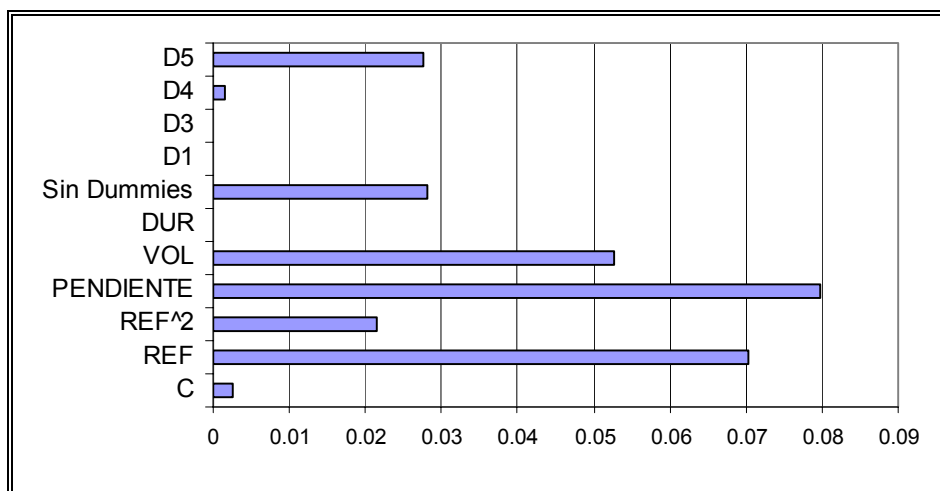


Figura 5-6: Contribución marginal de cada variable explicativa para modelo con datos de mercado

5.5 Discusión de los Resultados y Conclusiones Preliminares

Dado que los resultados generales para los distintos *spreads* son similares, éstos serán discutidos en conjunto.

Las variables asociadas al prepago son significativas en todos los casos. La variable de refinanciamiento, vista como una diferencia simple de tasas, resulta positiva de acuerdo a lo esperado, y es la responsable de explicar en gran parte el *spread* existente sobre el precio del instrumento equivalente la tasa libre de riesgo.

Por su parte, el término cuadrático de la variable de refinanciamiento captura los efectos no-lineales que tiene el prepago sobre los *spreads*, por ello resulta significativa.

Como se discutió en secciones previas, una alta volatilidad de tasas de interés está fuertemente asociada con una mayor probabilidad de prepago o de *default* del crédito por parte del deudor, lo que incrementa el valor de la opción aumentando el *spread* existente. Como se vio en todas las tablas de resultados, este coeficiente es positivo y altamente significativo.

La variable *PEND*, que representa la estructura de tasas de interés, es positiva y significativa para ambos tipos de *spread*. Esta variable se asocia al prepago y al riesgo de crédito. Si existen expectativas de que las tasas de interés suban en el futuro, eso incrementa la probabilidad que el prepago sea beneficioso para el deudor, y esto debería traer *spreads* mayores. Por otra parte, una curva plana o invertida es comúnmente asociada con una posibilidad futura de recesión. Es decir, a mayor valor de *PEND*, mayor probabilidad actual de no-pago tanto de deudores como también por parte de las instituciones emisoras de LCH. De acuerdo a esto, a mayor pendiente se espera un *spread* mayor.

La variable *DUR*, negativa en el caso de *spreads* absolutos, refleja la dependencia del *spread* al plazo del instrumento. Debido a que el valor de la opción de prepago crece con el plazo, según lo señalado en el capítulo IV, revelaría la existencia de un premio por liquidez en el corto plazo. Es decir, a mayor plazo el *spread* disminuye haciendo que la curva de TIR de las letras se aplane en relación a las tasas libres de riesgo. Para el caso del logaritmo del *spread* relativo, esta variable es positiva, lo que podría deberse a que la variable *VOL* toma su lugar dentro de la estimación.

Las variables *Dummies* son significativas y del signo esperado a excepción de las ecuación estimadas con datos de mercado. En el caso de los datos de la SBIF, la variable *DI* es positiva, mientras que las demás son negativas y crecientes en su valor absoluto. Esto indica que, tal como se esperaba, el *spread* es inversamente proporcional a la clasificación de riesgo. Para el caso de la regresión con datos de refinanciamiento provenientes del mercado, esto no sigue ese patrón, ya que las propias tasas de refinanciamiento reflejan la clasificación de riesgo existente.

El ajuste obtenido en los modelos (82% en algunos casos) muestra que las variables escogidas representan en gran manera lo que ocurre en el mercado y en los *spreads* existentes. El 18% restante no es capturado por las variables consideradas.

Aunque con este tipo de modelos no es posible determinar a ciencia cierta qué variables influyen en el prepago, el riesgo de crédito y la liquidez, es posible inferir algunos resultados. Si bien el prepago provocaría una gran parte del *spread* existente, también se debería a condiciones más estructurales de la economía, reflejadas en los cambios de las clasificaciones de riesgo de los bancos emisores. Esto hace que los *spreads* aumenten cuando las tasas bajan y disminuyan cuando suben. Esta situación es característica también de los mercados de bonos corporativos.

Los resultados anteriores presentados entregan ciertas nociones de las variables que deben ser consideradas en un modelo de prepago, así como para un modelo de *spreads* de bonos corporativos. Las variables relacionadas con el prepago y riesgo de crédito son fundamentales.

En un posible escenario alcista de tasas de interés, impulsado por mejores condiciones generales de la economía y por ende un mayor gasto e inversiones, se esperaría una compresión de los *spreads*. La razón de esto sería las mejores condiciones financieras de las instituciones emisoras, posibles alzas en las clasificaciones de riesgo, y menores posibilidades de prepago. Si bien la probabilidad de prepago disminuye a medida que aumentan las tasas, es de esperar que tengan un aumento momentáneo debido a la percepción general de los deudores que las tasas de refinanciamiento tocaron piso y que comenzarán a subir.

Futuros estudios deben incorporar un factor relativo a la liquidez de estos instrumentos. En su mayoría las LCH son adquiridas por inversionistas institucionales que las mantienen a término. Por ende las letras más líquidas son las recién emitidas,

vendidas al 100% del valor par y con montos más significativos. A su vez, en el corto plazo los montos transados son muy pequeños, producto del prepago y amortizaciones de capital, esto hace que los inversionistas no transen en estos plazos, ya que ante montos tan pequeños es muy difícil formar una cartera.

5.6 Estudios Anteriores

Una gran cantidad de literatura examina la magnitud y determinantes del *spread* y el comportamiento de los bonos en una variedad de mercados.

Altman (1989) examina el comportamiento de bonos corporativos intentando perfeccionar la medición del riesgo crediticio. Se encontró que los premios por dicho riesgo son mayores en el caso de bonos del alto rendimiento y baja categoría. De esta manera, los inversionistas se ven más que compensados por el riesgo que asumen en dichos instrumentos.

Fama y French (1989) intenta incorporar separadamente los distintos riesgos existentes por medio de variables observables en el mercado. Así los autores proponen explicar los retornos de instrumentos tan disímiles, como son bonos y acciones, en función de algunas variables comunes, donde índices como el plazo al vencimiento de los bonos y el riesgo crediticio son componentes de gran incidencia en los precios finales.

Shulman, Bayless y Price (1993) estudia algunos determinantes de los retornos de bonos de alto rendimiento en relación con los bonos del Tesoro estadounidense utilizando un modelo de probabilidad de *default* para cada caso. Los *spreads* entre bonos riesgosos y libres de riesgo son medidos para igual duración en términos de Macaulay.

Considerando la relevancia del riesgo de tasa de interés en la determinación de los retornos de los bonos, Kim, Ramaswamy y Sundaresan (1993), desarrollaron un modelo teórico en el que se incorpora dicha fuente de incertidumbre mediante la especificación de un proceso estocástico para la evolución de las tasas de corto plazo. Esta tasa estocástica juega un papel preponderante en la explicación del premio por riesgo exigido en bonos corporativos con cláusula de rescate (*callable bonds*).

Fons (1994) por otro lado, incorporando un modelo multi-periodo que asume neutralidad frente al riesgo por parte de los inversionistas, determina un patrón de *spreads* donde al igual que Fama y French (1989) observaron que los *spreads* exigidos crecen con el plazo al vencimiento confirmando la relación que existe entre dicho riesgo y el plazo al vencimiento de los instrumentos. Para riesgo crediticio mayor, la relación anterior se hace negativa.

Existen 2 estudios particularmente interesantes sobre los determinantes del spread en instrumentos securitizados, éstos son Maris y Segal (2002) y Rothberg, Nothaft y Gabriel (1989). El primero de estos estudios utilizó una regresión lineal para encontrar los determinantes del *spread* de los MBS comerciales, cuyos resultados arrojaron una gran cantidad de variables, en particular la volatilidad de la tasa de interés y un índice de recesión que captura la probabilidad de *default* en los mortgages subyacente. Rothberg, Nothaft y Gabriel se basó en *spreads* sobre la *yield* de *Passthrough* emitidos por *Freddie Mac*, utilizando datos agregados del mercado secundario. En este estudio se encontró evidencia que la liquidez afecta la valorización de los *Passthrough*, A su vez las diferencias en los impuestos entre dicho instrumento y los instrumentos emitidos por el gobierno pueden afectar el *spread*.

Los determinantes del *default* de las firmas también han sido explorados ampliamente. La visión general apunta a que los *spreads* pagados por la deuda de la firma reflejan el riesgo financiero presente en ella, que a su vez depende fuertemente de la estructura de capital de la misma. Entre estos estudios se cuentan Ma, Rao y Peterson (1989) y Henebry (1996). Otros estudios como en Hsu, Saá-Requejo y Santa-Clara (2002), Longstaff y Schwartz (1995), se enfocan en una estructura óptima de capital, lo que induce a una quiebra endógena y esto conlleva a la determinación de una estructura de *spread* crediticios.

Nothaft y Freund (1999) analiza el *spread* entre las tasas de *mortgages* comerciales y un instrumento de madurez comparable libre de riesgo. Utilizando una variedad de datos para realizar un modelo de series de tiempo, encontraron que dichos *spreads* están positivamente correlacionados con la diferencia entre bonos corporativos AAA y aquellos que poseen una clasificación de A según Moody's.

Ambrose, LaCour-Little y Sanders (2002) intenta explicar el *spread* en *mortgages* residenciales en función de características individuales de los créditos hipotecarios como son el LTV y los ingresos individuales de cada cliente.

5.7 Trabajos Anteriores Realizados en Chile

Se han realizado muy pocos trabajos de investigación sobre la valorización y *spread* de Letras de Crédito Hipotecario en Chile, entre los que se cuentan:

Elghanayan (2001) realiza un estudio utilizando metodología de cortes transversales y de datos de panel para explicar el retorno exigido en el mercado de las LCH. Encuentra que la Duración y Convexidad son variables fundamentales a la hora de explicar los precios. No considera ninguna variable que incluya el prepago, ni compara con ningún instrumento libre de riesgo para calcular *spreads*.

Piguillem (2003) intenta dilucidar si el aumento entre el diferencial de las tasas de Letras de Crédito y su equivalente libre de riesgo (en este caso utiliza el PRC a 8 años) se debe a un aumento de la rentabilidad del sistema o a otros determinantes, como son el riesgo y el costo de intermediación financiera. A su vez intenta explicar el retardo que existe entre el momento que es efectuada una baja en la Tasa de Política Monetaria (TPM) y el momento en que dicha baja es traspasada al mercado.

VI CONCLUSIONES Y RECOMENDACIONES

En la presente tesis se estudió un instrumento que ha ganado importancia dentro del mercado de renta fija chileno, como son las Letras de Crédito Hipotecario o LCH. Estos instrumentos pertenecen a un mercado de largo plazo, de bajo riesgo individual debido a la calidad de sus garantías, y que además posee un mercado secundario. Esto último lleva a que no sólo los bancos, en su rol de intermediarios, jueguen un rol protagónico en la determinación del rendimiento de estos papeles, sino que también lo hagan los inversionistas institucionales, más aún teniendo en cuenta lo reducido del mercado de capitales chileno. Por otra parte, el riesgo de prepago implícito en estos papeles, provocado en gran parte por refinanciamiento de créditos, influye de sobremanera en la conducta observada en sus precios.

La escasez de estudios del tema en Chile, así como la complejidad del instrumento a analizar, hace que esta tesis represente un avance en el entendimiento y modelación de los factores que influyen en la conducta observada en los precios de mercado de las LCH. La información que contienen estos instrumentos no se puede obtener sin utilizar métodos de análisis sofisticados, ya que cada LCH sólo refleja la información promedio de las tasas de interés hasta su vencimiento en su TIR asociada.

El primer enfoque de este trabajo consistió en comprender el fenómeno de los prepagos de los créditos hipotecarios, que influyen de manera directa en los precios de mercado. Se utilizó para ello modelos de prepago estudiados empíricamente en la literatura para el mercado de Estados Unidos, y utilizados en países desarrollados. La estimación de la probabilidad de prepagos tiene aplicaciones muy importantes en la práctica financiera, entre las que se cuentan: valorización de instrumentos respaldados por hipotecas, estimación de riesgo crediticio, cobertura ante riesgo de tasas de interés e inferencia de oportunidades de arbitraje.

La aplicación de este tipo de modelo se vio restringida ante la dificultad de obtener datos de prepago hipotecario, debido a que es considerado por los emisores de LCH como un dato clave que podría ser perjudicial para sus carteras. Es muy posible que los inversionistas en LCH castiguen de forma exagerada los precios de dichos instrumentos debido a sus políticas conservadoras de riesgo y ante la ausencia de datos de prepago. Esto hace que las tasas de mercado y *spreads* sean mayores, y por ende el

costo de financiamiento hipotecario para los consumidores finales de créditos hipotecarios se hace mayor. La existencia de mercados con mejor información de prepago aumentaría la oferta de instrumentos hipotecarios, incrementando la liquidez, lo que haría bajar las tasas. Con lo anterior se crearía un círculo virtuoso que iría en directo beneficio de los deudores hipotecarios y de las instituciones emisoras.

Tal como se señaló anteriormente en esta tesis, la modelación del fenómeno de los prepagos es más un arte que una ciencia. Esto hace que existan continuos cuestionamientos acerca de la forma de modelación y de las variables incluidas en ella. Es por ello que en esta tesis se propuso distintas alternativas de modelación que pueden ser aplicadas al mercado chileno, demostrando su importancia en la gestión del riesgo de estos activos financieros. El modelo de prepago PSA es notablemente más sencillo que los demás modelos estudiados, pero ha demostrado tener resultados satisfactorios en términos de modelación de prepago en Estados Unidos por lo que se recomienda la utilización de dicho modelo en una primera instancia de implementación. La principal desventaja de este modelo es que debe ser continuamente calibrado con datos provenientes de prepago, a diferencia de los modelos continuo y discreto utilizados que dependen de la tasa de refinanciamiento, así como de otros factores. Por otra parte los modelos de prepago dinámicos tienen como principal ventaja el poder describir conductas de prepago óptimas y subóptimas, para así proveer una valorización más acertada de la opción de prepago. Este último tipo de modelos es calibrado con datos históricos.

Para la valorización de la opción de prepago se utilizó un modelo dinámico de tasas de interés, calibrado con instrumentos emitidos por el Banco Central de Chile, por lo que pueden ser considerados como “libre de riesgo”. Para obtener una estructura de tasas consistente con la estructura observada en el mercado, se utilizaron 3 factores de riesgo. Esto hizo necesaria la utilización de poderosas técnicas numéricas de resolución como Simulación de Monte Carlo.

Se analizaron 2 diferentes formulaciones para el modelo: paramétrico o no-paramétrico. La elección final dependerá exclusivamente de la información que se requiera y del uso que se le esté dando. Por ejemplo, si se requiere ver la característica de los prepagos de los deudores de créditos hipotecarios es más conveniente usar un modelo paramétrico, ya estos pueden prepagar en cualquier instante. Para el caso de los

instrumentos respaldados por dichos títulos de deuda puede resultar mejor utilizar un modelo no-paramétrico ya que su función de riesgo base es discreta, que es la forma en que se pagan los cupones. Ambos modelos tienen su completa equivalencia uno con otro, aunque los modelos paramétricos resultan un poco más costosos en términos de tiempo de resolución.

Las estimaciones obtenidas a partir de estimaciones diarias de las estructuras de tasas de interés permitieron analizar el comportamiento de los modelos propuestos a través del tiempo. El análisis fue realizado separando el valor proveniente de la opción de prepago para cada caso del *spread* total de cada LCH.

En los precios de mercado observados, existe evidencia de premio por liquidez, sobretodo en plazos cortos. Esto se debe a la ausencia de transacciones, y a que los montos transados en letras de corto plazo son muy pequeños, producto del prepago y amortizaciones de capital o bien debido a “marcadas” de precio. Esto hace que los inversionistas no se fijen en estos plazos, ya que ante montos tan pequeños es imposible formar una cartera.

La liquidez es un factor muy importante a considerar en este mercado. Mientras los instrumentos emitidos a la tasa de emisión prevaleciente en el mercado son transados frecuentemente, aquellos con tasas superiores (o inferiores) poseen problemas de liquidez. Esto, sumado al hecho que muchos de estos instrumentos son adquiridos por compañías de seguros y AFP que los tienen hasta la madurez, hace que se resienta la liquidez, afectando principalmente a los plazos cortos. El efecto sobre las tasas de interés es una disminución de los *spreads* a medida que aumenta el plazo, pese al efecto que tiene la opción de prepago.

El segundo enfoque de este trabajo consistió en utilizar la información contenida en los precios, que ya tiene incorporada tanto la información de prepago como de riesgo de crédito-liquidez. Es por ello que se utilizaron ciertas variables que tienen probada relación en la descripción de ciertas las conductas anteriormente mencionadas. Todas ellas resultaron ser ampliamente significativas y el ajuste de los datos observado fue aceptable.

El factor que más habría influenciado en esta evolución sería el riesgo de prepago. Este fenómeno se produce debido a que en el contexto actual de muy bajas tasas de interés, aquellos instrumentos emitidos en el pasado a tasas de interés

sustancialmente mayores lleven a que su precio supere el valor nominal. Sin embargo, la posibilidad de que este título sea prepago a su valor nominal por el emisor de título, el deudor individual en este caso, lleva a que exista una potencial pérdida de capital para los inversionistas, equivalente a la diferencia entre el valor de mercado de la letra y su valor nominal o valor de carátula. Es precisamente este mayor riesgo, y no la mayor concentración por parte de los inversionistas y de los bancos, el que habría empujado los *spreads* a los niveles actuales. No obstante, este efecto no es permanente, y en la medida en que las tasas de interés del mercado vuelvan a sus niveles “normales”, el riesgo de prepago irá desapareciendo y el *spread* volverá a los niveles de años anteriores.

El trabajo realizado en esta tesis se puede extender en varias direcciones. Para trabajos futuros se recomienda encaminar los esfuerzos de investigación hacia la calibración de un modelo de prepago consistente con la historia, de manera de obtener una aproximación cierta de la conducta de prepago observada. Estos modelos de prepago podrían, dependiendo de la calidad de la información obtenida, incorporar variables que han sido incluidas en modelos de prepago recientes, como son la dinámica de los precios de las viviendas. Por otra parte, el riesgo de crédito es un área que se ha estado explorando recientemente en la literatura y también puede ser una alternativa de estudio a futuro. El análisis de la dinámica del riesgo de crédito del emisor requiere de información que no siempre está disponible directamente en los mercados, pero que también puede ser obtenida de los instrumentos.

Otra extensión sería la utilización de la metodología presentada en otros instrumentos financieros existentes en el mercado. Dentro del marco de estudio presentado permitiría analizar otros activos financieros dependientes de créditos hipotecarios. Para el caso chileno se tienen los Mutuos Hipotecarios Endosables securitizados, los cuales están teniendo creciente importancia dentro del mercado. Otra extensión de la metodología podría implementarse en los bonos corporativos con opción de rescate. De esta manera sería posible obtener el valor del instrumento luego de un ajuste por la opción implícita que posee.

Como consideración final de este trabajo, es necesario señalar que el mercado chileno es pequeño pero con un alto potencial de desarrollo futuro. A medida que exista mayor cantidad de información disponible en el mercado será posible utilizar las poderosas herramientas que la teoría financiera presenta para procesarla y obtener

beneficios de ello, en términos de un mercado más completo y sofisticado. Luego, en la aplicación directa a dicho mercado en particular y en las metodologías de estimación está el desafío.

BIBLIOGRAFIA

- ALTMAN, E. (1989). "Measuring Corporate Bond Mortality and Performance." *Journal of Finance*: 909-922.
- AMBROSE, B., M. LACOUR-LITTLE y A. SANDERS (2002). *Credit Spread: Evidence from the Mortgage Market*: 1-21.
- AMBROSE, B. W. y C. A. CAPONE (2000). "The Hazard Rates of First and Second Default." *The Journal of Real Estate Finance and Economics* 2(3): 95-111.
- ARCHER, W. y D. LING (1993). "Pricing Mortgage-Backed Securities: Integrating Optimal Call and Empirical Models of Prepayment." *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*(Winter).
- ASKIN, D. (1985). *Forecasting Prepayment Rates for Mortgage Securities*. en F. Babozzi, ed: *The Handbook of Mortgage-Backed Securities*. Chicago, Illinois, Probus Publishing.
- BARRAQUAND, J. y D. MARTINEAU (1995). "Numerical Valuation of High Dimensional Multivariate American Securities." *Journal of Financial and Quantitative Analysis* 30(3): 383-405.
- BARTHOLOMEW, L., R. ROLL y J. BERK (1998). "Adjustable Rate Mortgages: Prepayment Behaviour." *Housing Finance Review* 7(1): 31-46.
- BLACK, F. y M. SCHOLES (1973). "The Pricing of Options and Corporate Liabilities." *Journal of Political Economy* 81: 637-654.
- BOUDOUKH, J., M. RICHARDSON, R. STANTON y R. WHITELAW (1997). "Pricing Mortgage-Backed Securities in a Multifactor Interest Rate Environment: Multivariate Density Estimation Approach." *The Review of Financial Studies* 10(2): 405-446.
- BOYLE, P. P. (1977). "Options: A Monte Carlo Approach." *Journal of Financial Economics* 4: 323-338.
- BRENNAN, M. y E. SCHWARTZ (1979). "Continuous Time Approach to the Pricing of Bonds." *Journal of Banking and Finance* 3: 133-155.

- BRENNAN, M. y E. SCHWARTZ (1985). "Determinants of GNMA Mortgage Prices." *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association* 13(Fall): 209-228.
- CHEN, R.-R. y T. YANG (1995). "The Relevance of Interest Rate Processes in Pricing Mortgage-Backed Securities." *Journal of Housing Research* 6(2): 315-332.
- CHO, M. (2002). *Managing Mortgage Risks: A Tale of Three Countries*. Prepared for AsRES-AREUEA Joint International Conference.
- CIOCHETTI, B., Y. DENG, B. GAO y R. YAO (2002). "The Termination of Mortgage Contracts through Prepayment and Default in the Commercial Mortgage Markets: A Proportional Hazard Approach with Competing Risks." *Real Estate Economics* 30(4): 595-633.
- COLLIN-DUFRESNE, P. y J. P. HARDING (1999). "A Closed Form Formula for Valuing Mortgages." *The Journal of Real Estate Finance and Economics* 19(2): 133-146.
- CORTÁZAR, G., E. SCHWARTZ y L. NARANJO (2003). "Term Structure Estimation in Low-Frequency Transaction Markets: A Kalman Filter Approach with Incomplete Panel-Data." Working Paper - UCLA.
- COX, D. y D. OAKES (1984). *Analysis of Survival Data*. London, Chapman and Hall.
- COX, J. C., J. E. INGERSOLL y S. A. ROSS (1985). "A Theory of the Term Structure of Interest Rates." *Econometrica* 53: 385-467.
- DENG, Y. (1995). *Mortgage Termination: An Empirical Hazard Model with Stochastic Term Structure*, University of California at Berkeley: 1-29.
- DENG, Y., J. QUIGLEY y R. VAN ORDER (2000). "Mortgage Terminations, Heterogeneity and the Exercise of Mortgage Options." *Econometrica* 68(2): 275-307.
- DOWNING, C., R. STANTON y N. WALLACE (2001). *An Empirical Test of a Two factor Mortgage Prepayment and Valuation Model: How Much Do House Prices Matter?: 1-25*.
- DRIESSEN, J. (2001). *On the Cross-Firm Information in Credit Spread Term Structures*, University of Amsterdam Working Paper.

- DUFFIE, D. y K. SINGLETON (1999). "Modeling Term Structures of Defaultable Bonds." *Review of Financial Studies* 12: 687-720.
- DUNN, K. y J. MCCONNEL (1981). "A Comparison of Alternative Models for Pricing GNMA Mortgage-Backed Securities." *Journal of Finance* 36(2): 471-487.
- DUNN, K. y J. MCCONNEL (1981). "Valuation of GNMA Mortgage-Backed Securities." *Journal of Finance* 36(3): 599-616.
- DUNN, K. y C. S. SPATT (1985). "An Analysis of Mortgage Contracting: Prepayment Penalties and the Due-on-Sale Clause." *Journal of Finance* 40: 293-308.
- ELGHANAYAN, D. (2001). *Riesgo de Tasas y Retornos Exigidos en Letras de Crédito Hipotecario*, Universidad de Chile.
- FABOZZI, F. J. y F. MODIGLIANI (1992). *Mortgage and Mortgage-Backed Securities Markets*. Boston, Harvard Business School Press.
- FAMA, E. y K. FRENCH (1989). "Business Conditions and Expected Returns on Stocks and Bonds." *Journal of Financial Economics* 25(1): 23-49.
- FISHER, M., N. NYCHKA y D. ZERVOS (1994). *Fitting the Term Structure of Interest Rates with Smoothing Splines*, Federal Reserve Board of Governors.
- FOLLAIN, J. R., J. ONDRICH y G. P. SINHA (1997). "Ruthless Prepayment? Evidence from Multifamily Mortgages." *Journal of Urban Economics* 41: 78-101.
- FOLLAIN, J. R., L. O. SCOTT y T. YANG (1992). "Microfoundations of a Mortgage Prepayment Function." *The Journal of Real Estate Financial and Economics* 5(2): 197-217.
- FONS, J. S. (1994). "Using Default Rates to Model the Term Structure of Credit Risk,." *Financial Analysts Journal* 50: 25-32.
- FUENTES, R. y M. BASCH (1998). *Determinantes de los Spreads Bancarios: el Caso de Chile*. Departamento de Economía, Universidad de Chile.
- GILIBERTO, M. y D. LING (1992). "An Empirical Investigation of the Contingent Claims Approach to Pricing Residential Mortgage Debt." *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association*(Fall).

- GILIBERTO, M. y T. THIBODEAU (1989). "Modeling Conventional Residential Mortgage Refinancings." *Journal of Real Estate Finance and Economics*(Spring).
- GREEN, J. y J. B. SHOVEN (1986). "The Effects of Interest Rates on Mortgage Prepayments." *Journal of Money* 18(1).
- HAKIN, S. (1994). "Autonomous and Financial Mortgage Prepayment." *Journal of Real Estate Research* 13(1): 1-16.
- HAMILTON, J. D. (1994). *Time Series Analysis*. N.J., Princeton University Press.
- HAN, A. y J. HAUSMAN (1990). "Flexible Parametric Estimation of Duration and Competing Risk Models." *Journal of Applied Econometrics* 1: 34-64.
- HENEBRY, K. L. (1996). "Do Cash Flow Variables Improve the Predictive Accuracy of a Cox Proportional Hazards Model for Bank Failure?" *Quarterly Review of Economics and Finance* 36(3).
- HSU, J. C., J. SAA-REQUEJO y P. SANTA-CLARA (2002). *Bond Pricing with Default Risk*, Anderson School - UCLA, Working Paper.
- KARIYA, T. y M. KOBAYASHI (2000). "Pricing Mortgage-Backed Securities (MBS)." *Asia-Pacific Financial Markets* 7: 189-204.
- KARIYA, T., F. USHIYAMA y S. PLISKA (2002). *A 3-Factor Valuation Model for Mortgage-Backed Securities (MBS)*: 1-22.
- KAU, J. y D. KEENAN (1995). "An Option-Theoretic Pricing of Mortgages." *Journal of Housing Research* 6(2): 217-244.
- KAU, J., D. KEENAN, W. MULLER y J. EPPERSON (1992). "A Generalized Valuation Model for Fixed-Rate Residential Mortgages." *Journal of Money* 24(3): 279-299.
- KAU, J., D. KEENAN, W. MULLER y J. EPPERSON (1995). "The Valuation at Origination of Fixed-Rate Mortgages with Default and Prepayment." *Journal of Real Estate Finance and Economics* 11: 5-36.
- KIM, I. J., K. RAMASWAMY y S. SUNDARESAN (1993). "Does Default Risk in Coupons Affect the Valuation of Corporate Bonds?: A Contingent Claim Model." *Financial Management*(Autumn): 117-131.

- LONGSTAFF, F. A. y E. S. SCHWARTZ (1995). "A Simple Approach to Valuing Risky Fixed and Floating Rate Debt." *The Journal of Finance* 50(3): 789-819.
- LONGSTAFF, F. A. y E. S. SCHWARTZ (2001). "Valuing American Options By Simulation: A Simple Least-Squares Approach." *The Review of Financial Studies* 14(1): 113-147.
- MA, K. C., R. P. RAO y R. L. PETERSON (1989). "The Resiliency of the High-Yield Bond Market: The LTV Default." *Journal of Finance* 44(September): 1085-1097.
- MARIS, B. A. y W. SEGAL (2002). "Analysis of Yield Spreads on Commercial Mortgage-Backed Securities." *Journal of Real Estate Research* 23(3): 235-252.
- MCCALL, B. P. (1996). "Unemployment Insurance Rules, Joblessness, and Part-Time Work." *Econometría* 64(3): 647-682.
- MCCULLOCH, J. H. (1971). "Measuring the term structure of interest rates." *Journal of Business* 44(1): 19-31.
- MCCULLOCH, J. H. (1975). "The Tax Adjusted Yield Curve." *Journal of Finance* 30(3): 811-830.
- MERTON, R. C. (1974). "On the Pricing of Corporate Debt: The Risk Structure of Interest Rates." *Journal of Finance* 29: 449-470.
- MEYER, B. (1987). *Semiparametric Estimation of Duration Models*, MIT.
- MOLINARE, A. (2002). *Estructura y Dinámica de Tasas de Interés Reales en Chile: Información Contenida en los Pagares Reajustables con Pagos en Cupones del Banco Central*, Pontificia Universidad Católica de Chile.
- NELSON, C. R. y A. F. SIEGEL (1987). "Parsimonious Modeling of Yield Curves." *Journal of Business* 6(4): 473-489.
- NOTHAFT, F. E. y J. L. FREUND (1999). *Recent Developments in Multifamily Mortgage Markets: The Increasing Role of Securitization*, Working paper.
- ØKSENDAL, B. (1998). *Stochastic Differential Equations: An Introduction With Applications*. New York, Springer, Berlin ; New York.
- PERRY, S., S. ROBINSON y J. ROWLAND (2001). *A Study of Mortgage Prepayment Risk*, Institute of Actuaries: 1-19.

- FIGUILLEM, J. F. (2003). Riesgo y Concentración en el Mercado de las Letras Hipotecarias, Gerencia de Estudios, Cámara Chilena de la Construcción.
- QUIGLEY, J. (1988). "Interest Rate Variations, Mortgage Prepayments, and Household Mobility." *The Review of Economics and Statistics*: 636-642.
- QUIGLEY, J. y R. VAN ORDER (1990). "Efficiency in the Mortgage Market: The Borrower's Perspective." *Journal of the American Real Estate and Urban Economics Association* 18(3): 237-252.
- RICHARD, S. F. y R. ROLL (1989). "Prepayments on Fixed-Rate Mortgage-Backed Securities." *Journal of Portfolio Management*(Spring): 73-82.
- ROTHBERG, J. P., F. E. NOTHAFT y S. A. GABRIEL (1989). "On the Determinants of Yield Spreads Between Mortgage Pass-Through and Treasury Securities." *Journal of Real Estate Finance and Economics* 2: 301-315.
- SCHWARTZ, E. y W. TOROUS (1989). "Prepayment and Valuation of Mortgage-Backed Securities." *Journal of Finance* 44(2): 375-392.
- SCHWARTZ, E. y W. TOROUS (1992). "Prepayment, Default, and the Valuation of Mortgage Pass-Through Securities." *Journal of Business* 65(2): 221-239.
- SHULMAN, J., M. BAYLESS y K. PRICE (1993). "Marketability and Default Influences on the Yield Premia of Speculative-Grade Debt." *Financial Management*(Autum): 132-141.
- STANTON, R. (1995). "Rational Prepayment and the Valuation of Mortgage-Backed Securities." *The Review of Financial Studies* 8: 677-708.
- SUEYOSHI, G. T. (1992). "Semi-parametric Proportional Hazards Estimation of Competing Risks Models with Time-varying Covariates." *Journal of Econometrics* 51(1-2): 25-58.
- SVENSSON, L. E. O. (1994). *Estimating and Interpreting Forward Interest Rates: Sweden 1992-1994*, National Bureau of Economic Research, Working Paper.
- TITMAN, S. y W. TOROUS (1989). "Valuing Commercial Mortgages: An Empirical Investigation of the Contingent-Claims Approach to Pricing Risky-Debt." *Journal of Finance* 44(2): 345-373.

VASICEK, O. A. (1977). "An Equilibrium Characterization of the Term Structure."
Journal of Financial Economics 5(2): 177-188.

ANEXOS

ANEXO A : IDENTIFICACION Y VALORIZACION DE LCH

En este anexo se describe la forma en que se construyen los flujos de una Letra de Crédito Hipotecario, además de los métodos de valorización..

A.1 Identificación de LCH

Las distintas series de letras deben identificarse mediante un sistema alfanumérico que permita conocer las características de la serie a través de ese código de identificación AATTTNNXY.

Tabla A-1: Identificación por nemotécnico de banco

Variable	Significado
AA - Sistema de amortización	AD = Amortización ordinaria directa. AI = Amortización ordinaria indirecta.
TTT - Tasa de interés de emisión	Los dos primeros dígitos corresponden a la tasa de interés. El tercero de ellos indica la fracción decimal. Si la tasa de interés es variable, en lugar de los tres dígitos, se indica "TIP" cuando corresponda a una tasa basada en la Tasa de Interés Promedio, o las letras "VAR" cuando la tasa se base en una distinta.
NN - Plazo	Plazo en años
X - Origen y periodicidad de la amortización	V = Vivienda con amortización directa trimestral. A = Fines generales con amortización directa trimestral. B = Fines generales con amortización directa anual. C = Fines generales con amortización directa semestral. D = Fines generales con amortización directa mensual. G = Fines generales con período de gracia.
Y - Unidad de valor	1 = Unidad de Fomento (UF). 2 = Índice Valor Promedio (IVP). 3 = Pesos moneda chilena, no reajutable. 4 = Expresada en moneda extranjera y pagadera en pesos. 5 = Pagadera en moneda extranjera.

La aplicación práctica de las instrucciones contenidas en este numeral se demuestra a continuación mediante el siguiente ejemplo: Una letra de crédito para vivienda, emitida a 20 años plazo, con un tasa de interés del 8,5% anual y expresada en Índice Valor Promedio (IVP), tiene el siguiente código: ADO852OV2. Asimismo, una letra de crédito de iguales características que la señalada pero con tasa de interés flotante basada en la tasa TIP, lleva el siguiente código: ADTIP20V2.

Las LCH tienen también un *Código Nemotécnico* que es utilizado por la Bolsa de Comercio para identificar el tipo de letra que se está transando y es asignado arbitrariamente por la Institución emisora y debe ser comunicado oportunamente para que sea creado en la Bolsa. Este código se representa por AAXYZmmaa.

Tabla A-2: Descripción de las variables de un nemotécnico de banco de una LCH

Variable	Significado
AAA - Emisor del título.	Ejemplos: STD (Banco Santander), EST (Banco Estado), CHI (Banco Chile), etc.
XYZ - Serie del título.	Elegido en forma arbitraria por la institución emisora. Si la serie ocupa un solo carácter, en las posiciones X y Z se coloca “-“ indicándose la serie en la posición Y. Si la serie ocupa dos caracteres, en la posición X se coloca “-“ indicándose la serie en las posiciones Y y Z.
mmaa - Emisión	Mes y año en dos dígitos en el cual fue emitido el título.

Adicionalmente, se puede tener una codificación transitoria mientras la letra tenga 1 o 2 cupones cortados:

Tabla A-3: Codificación transitoria de una LCH con cupones cortados

Nemotécnico	Significado
AAAXYZ *aa	Letra para Vivienda emitida el 1 de enero con un cupón cortado
AAAXYZ**aa	Letra para Vivienda emitida el 1 de enero con 2 cupones cortados
AAAXYZ &mm	Letra para FG emitida el 1 del mes mm con 1 cupón cortado
AAAXYZ&&mm	Letra para FG emitida el 1 del mes mm con 2 cupones cortados

A.2 Metodología Estándar de Valorización de LCH

a) Letras Hipotecarias de Amortización Directa

La fórmula general de cálculo del Valor Par está dada por:

$$VP = SA \cdot \left(1 + \frac{TERA}{100} \right)^{\frac{N}{360}} \quad (A.1)$$

Donde N es la diferencia de días (en base 360) entre la fecha de cálculo y la fecha del último cupón pagado o, en su defecto, la fecha de emisión. SA corresponde al saldo por amortizar y $TERA$ es la Tasa Efectiva Real Anual que es la tasa interna de retorno que representa la rentabilidad efectiva en términos anuales. Dicha tasa es calculada en la fecha de emisión del instrumento a un precio de compra de 100% de su valor par.

En el caso de las letras con cupones cortados, el Valor Par (VP) corresponde al valor presente de los flujos de los cupones no desprendidos actualizados según la $TERA$, y se obtiene de la siguiente ecuación:

$$VP = \sum_j \frac{F_j}{\left(1 + \frac{TERA}{100} \right)^{\frac{N_j}{360}}} \quad (A.2)$$

El precio de compra (PC) corresponde a los flujos actualizados a la tasa TIR ala que la letra es transada en el mercado y corresponde al porcentaje sobre el valor par a la cual es transada.

$$PC = \frac{\sum_j \frac{F_j}{\left(1 + \frac{TIR}{100}\right)^{\frac{N_j}{360}}}}{VP} \cdot 100 \quad (A.3)$$

En las dos fórmulas anteriores, F_j corresponde al flujo del cupón j y N_j a la diferencia de días (en base 360) entre la fecha de valorización y la fecha de pago del cupón j .

Finalmente el monto en pesos MT se obtiene de la siguiente manera:

$$MT = \frac{PC \cdot VP \cdot NU \cdot A}{100 \cdot 100} \quad (A.4)$$

Donde NU es la cantidad de unidades (ejemplo: 1000 UF) y A es el factor de conversión a pesos (\$) de la unidad de transacción del instrumento.

b) Letras Hipotecarias de Amortización Indirecta

Estas letras amortizan el capital una vez que resultan sorteadas, vale decir en una sola cuota. Por lo tanto, su tabla de desarrollo se compone de una amortización que corresponde al total de la inversión y de los intereses devengados en los períodos previos al de salir sorteado. De acuerdo a lo anterior, el Valor Par se obtiene de la siguiente ecuación:

La fórmula para el cálculo del Precio de Compra no difiere de la usada en el caso de las letras hipotecarias de amortización directa, detallada en la sección anterior. Sin embargo, es necesario puntualizar que los flujos a considerar en el cálculo del Valor Presente y en el cálculo del Valor Par incluidos en esta expresión, corresponden a los determinados por la tabla de desarrollo de la letra, considerando un régimen de amortización directa. Con el fin de no producir confusión respecto del Valor Par calculado anteriormente, llamaremos a éste Valor Par _{teórico}. De esta manera la expresión está dada por,

$$VP_{Teórico} = SA_{Teórico} \cdot \left(1 + \frac{TERA}{100}\right)^{\frac{N}{360}} \quad (A.5)$$

Donde N es la diferencia de días (en base 360) entre la fecha de cálculo y la fecha del último cupón pagado o, en su defecto, la fecha de emisión. $SA_{Teorico}$ corresponde al saldo por amortizar, considerando un régimen de amortización directa y $TERA$ es la Tasa Efectiva Real Anual que es la tasa interna de retorno que representa la rentabilidad efectiva en términos anuales.

El precio de compra (PC) corresponde a los flujos actualizados a la tasa TIR a la que la letra es transada en el mercado y corresponde al porcentaje sobre el valor par a la cual es transada.

$$PC = \frac{\sum \frac{F_j}{\left(1 + \frac{TIR}{100}\right)^{\frac{N_j}{360}}}{VP} \cdot 100 \quad (A.6)$$

Donde F_j es el flujo del cupón j , considerando un régimen de amortización directa y N_j es la diferencia de días (en base a 360 días) entre la fecha de cálculo y la fecha de pago del cupón j .

Finalmente el monto en pesos (MT) se obtiene de la siguiente manera:

$$MT = \frac{PC \cdot VP \cdot NU \cdot A}{100 \cdot 100} \quad (A.7)$$

Donde NU es la cantidad de unidades (ejemplo: 1000 UF) y A es el factor de conversión a pesos (\$) de la unidad de transacción del instrumento.

A.3 Ejemplos de Valorización de LCH

En la siguiente sección se ilustra numéricamente el cálculo de una tabla de desarrollo de una Letra de Crédito Hipotecario para un caso específico. A su vez se realizará una valorización de acuerdo a las convenciones del mercado secundario especificadas anteriormente.

El nemotécnico de Bolsa considerado es STGEC1 emitida por el Banco Santiago. Su serie es EC1 que equivale a nemotécnico de Banco (SVS) AD06520V1 ó AD06520A1 dependiendo si su origen es Vivienda – Amortización Directa Trimestral (V) ó Fines Generales – Amortización Directa Trimestral (A). La tasa de emisión es de un 6,5% a 20 años y finalmente su unidad de valor es UF.

La tasa de emisión trimestral equivalente es igual a:

$$r_{TRIM} = (1 + r_{ANUAL})^{3/12} - 1 = 1,5868\% \quad (A.8)$$

Utilizando la tasa anterior y considerando que la Letra tiene 80 cupones (20 años, amortización trimestral), los cupones 1 al 79 tendrán el mismo valor.

$$\begin{aligned} Cupon &= \left(\frac{1}{r_{TRIM}} - \frac{1}{r_{TRIM} \cdot (1 + r_{TRIM})^N} \right)^{-1} \\ &= \left(\frac{1}{0,015868} - \frac{1}{0,015868 \cdot (1 + 0,015868)^{80}} \right)^{-1} = 0,0222 \end{aligned} \quad (A.9)$$

Los intereses se pagan sobre el capital insoluto anterior, en este caso 1 UF de base, sin considerar los días efectivos.

$$I_1 = K_0 \cdot (1 + r_{TRIM}) - K_0 = 1 \cdot (1 + 0,015868) - 1 = 0,0159 \quad (A.10)$$

La amortización se calcula entre el cupón y los intereses pagados:

$$A_1 = C_1 - I_1 = 0,0222 - 0,0159 = 0,0063 \quad (A.11)$$

Y el nuevo saldo es el anterior menos la parte amortizada para la actual fecha de pago de cupón.

$$K_1 = K_0 - A_1 = 1 - 0,0063 = 0,9937 \quad (A.12)$$

Este cálculo se realiza en forma iterativa hasta completar la tabla de desarrollo. La siguiente tabla muestra la tabla de desarrollo de la letra de crédito, junto a la diferencia en días (base 360) para los diferentes ejemplos de valorización que siguen en este Anexo.

Tabla A-4: Tabla de desarrollo (en base a 1 UF)

N° Cupón	Interés	Amort.	Cupón	Saldo adeudado	Caso 1		Casos 2 y 3	
					Fecha	Días	Fecha	Días
				1	01/03/02		01/01/02	
1	0,0159	0,0063	0,0222	0,9937	01/06/02	46	01/04/02	-14
2	0,0158	0,0064	0,0222	0,9873	01/09/02	136	01/07/02	76
.
.
.
79	0,0006	0,0216	0,0222	0,0152	01/12/21	7066	01/10/21	7006
80	0,0002	0,0152	0,0154	0	01/03/22	7156	01/01/22	7096

La Tasa Efectiva Real Anual (TERA) se calcula considerando los 79 cupones iguales y el último cupón que difiere en su valor del resto.

$$\sum_{i=1}^{79} \frac{0,0222}{(1 + TERA_{TRIM})^i} + \frac{0,0152}{(1 + TERA_{TRIM})^{80}} = 1 \quad (\text{A.13})$$

Mediante prueba y error se obtiene una TERA trimestral equivalente de 1,58699% que debe ser normalizada anualmente.

$$TERA_{ANUAL} = (1 + TERA_{TRIM})^{12/3} - 1 = 6,5007\% \quad (\text{A.14})$$

Para la fecha escogida, 15 de abril del 2002, el valor de la UF fue \$16.213,83. Se suponen entonces las siguientes condiciones de mercado:

Tabla A-5: Casos reales de valorización de LCH de la Bolsa de Comercio

Caso	Fecha	Nemotécnico	Plazo (años)	Cantidad (UF)	Precio	Tir	Monto (\$)
1	15/04/02	STGCE1 &03	19,92	1750	103,21	6,09%	28.866.318
2	15/04/02	STGCE1 *02	19,75	3200	103,05	6,11%	52.087.136
3	15/04/02	STGCE10102	19,75	2550	102,98	6,11%	42.412.872

a) Caso 1: Letra para Fines Generales con 1 Cupón Cortado

Se considera la letra STGCE1 &03 para fines generales emitida el 01/03/2002. El signo & representa que la letra tiene 1 cupón cortado. Para calcular el valor par de la LCH se hace¹:

$$ValorPar = \sum_{i=2}^{79} \frac{0,0222}{(1,065007)^{\frac{Dias_i}{360}}} + \frac{0,0154}{(1,065007)^{\frac{7156}{360}}} = 0,9857027 \quad (A.15)$$

De la tabla de desarrollo obtenemos los flujos del bono para calcular su Valor Presente:

$$ValorPresente = \sum_{i=2}^{79} \frac{0,0222}{(1,0609)^{\frac{Dias_i}{360}}} + \frac{0,0154}{(1,0609)^{\frac{7156}{360}}} = 1,01730132 \quad (A.16)$$

El precio de la letra como porcentaje de su valor par será:

$$Precio = \frac{1,01730132}{0,9857027} \cdot 100 = 103,21\% \quad (A.17)$$

$$\begin{aligned} Monto &= \frac{Precio \cdot ValorPar \cdot Cantidad \cdot ValorUF}{100} \\ &= \frac{103,21 \cdot 1,01730132 \cdot 1750 \cdot 16.213,83}{100} = \$28.866.318 \end{aligned} \quad (A.18)$$

b) Caso 2: Letra para Vivienda con 1 Cupón Cortado

Se considera la letra STGCE1 *02 para vivienda emitida el 01/01/2002. El signo * representa 1 cupón cortado. Para calcular el valor par de la LCH se hace²:

¹ La valorización toma en cuenta desde el segundo cupón en adelante, dado que el primer cupón fue cortado al momento de la emisión por parte del banco.

² La valorización toma en cuenta desde el tercer cupón en adelante, dado que los dos primeros cupones fueron cortados al momento de la emisión por parte del banco. Al momento de registrarse la transacción de la letra, aún no había terminado el plazo cubierto por el último cupón cortado.

$$ValorPar = \sum_{i=3}^{79} \frac{0,0222}{(1,065007)^{\frac{Dias_i}{360}}} + \frac{0,0154}{(1,065007)^{\frac{7096}{360}}} = 0,97419723 \quad (A.19)$$

De la tabla de desarrollo obtenemos los flujos del bono para calcular su Valor Presente:

$$ValorPresente = \sum_{i=3}^{79} \frac{0,0222}{(1,0611)^{\frac{Dias_i}{360}}} + \frac{0,0154}{(1,0611)^{\frac{7096}{360}}} = 1,00389168 \quad (A.20)$$

El precio de la letra como porcentaje de su valor par será:

$$Precio = \frac{1,00389168}{0,97419723} \cdot 100 = 103,05\% \quad (A.21)$$

$$\begin{aligned} Monto &= \frac{Precio \cdot ValorPar \cdot Cantidad \cdot ValorUF}{100} \\ &= \frac{103,05 \cdot 1,00389168 \cdot 3200 \cdot 16.213,83}{100} = \$52.087.136 \end{aligned} \quad (A.22)$$

c) Caso 3: Letra para Vivienda o Fines Generales sin Cupones Cortados

Se considera la letra STGCE10102 para vivienda o fines generales emitida el 01/01/2002, que no posee cupones cortados. Para calcular el valor par de la LCH se hace:

$$ValorPar = 0,9937 \cdot (1,065007)^{\frac{14}{360}} = 0,99613683 \quad (A.23)$$

Aquí 14 es el número de días desde la fecha de pago del último cupón efectivamente pagado. De la tabla de desarrollo obtenemos los flujos del bono para calcular su Valor Presente¹:

$$Valor Presente = \sum_{i=2}^{79} \frac{0,0222}{(1,0611)^{\frac{Dias_i}{360}}} + \frac{0,0154}{(1,0611)^{\frac{7156}{360}}} = 1,02581546 \quad (A.24)$$

¹ La valorización toma en cuenta desde el segundo cupón en adelante, dado que el primer cupón ya fue pagado.

El precio de la letra como porcentaje de su valor par será:

$$Precio = \frac{1,02581546}{0,99613683} \cdot 100 = 102,98\% \quad (\text{A.25})$$

$$\begin{aligned} Monto &= \frac{Precio \cdot ValorPar \cdot Cantidad \cdot ValorUF}{100} \\ &= \frac{102,98 \cdot 1,02581546 \cdot 2550 \cdot 16213,83}{100} = \$42.412.872 \end{aligned} \quad (\text{A.26})$$

**ANEXO B : TABLAS DE DESARROLLO DE CREDITO HIPOTECARIO
CON EMISION DE LETRAS**

B.1 Relación Mutuo - Letra de Crédito

A continuación se presentan ejemplos de tablas de desarrollo de un mutuo otorgado por el Banco Estado de la serie ADO5008V1/A1, es decir, un crédito de amortización directa emitido al 5% con un plazo de 8 años para vivienda o fines generales en UF. La comisión es del 1,1%, por lo que la tasa final para el cliente es de 6,1%.

Tabla B-1: Ejemplo de tabla de desarrollo de un mutuo hipotecario

N° Cupón	Interés	Amort.	Flujo LCH	Comisión	Dividendo	Saldo adeudado
0						1
1	0,0041	0,0086		0,000346	0,013046	0,9914
2	0,0041	0,0086		0,000346	0,013046	0,9828
3	0,0041	0,0085	0,0380	0,000446	0,013046	0,9743
4	0,004	0,0087		0,000346	0,013046	0,9656
5	0,004	0,0087		0,000346	0,013046	0,9569
6	0,004	0,0086	0,0380	0,000446	0,013046	0,9483
7	0,0039	0,0088		0,000346	0,013046	0,9395
8	0,0039	0,0088		0,000346	0,013046	0,9307
9	0,0038	0,0088	0,0380	0,000446	0,013046	0,9219
.
.
.
91	0,0003	0,0124		0,000346	0,013046	0,0615
92	0,0003	0,0124		0,000346	0,013046	0,0491
93	0,0003	0,0123	0,0380	0,000446	0,013046	0,0368
94	0,0001	0,0123		0,000646	0,013046	0,0245
95	0,0001	0,0123		0,000646	0,013046	0,0122
96	0,0003	0,0122	0,0373	0,000546	0,013046	0

La tabla de desarrollo anterior se encuentra relacionada con la letra de serie EST089 para la vivienda y EST100 para fines generales que se muestra a continuación.

Tabla B-2: Ejemplo de tabla de desarrollo de una letra de crédito hipotecario

N° Cupón	Interés	Amort.	Flujo	Saldo adeudado
0				1
1	0,0123	0,0257	0,038	0,9743
2	0,012	0,026	0,038	0,9483
3	0,0116	0,0264	0,038	0,9219
4	0,0113	0,0267	0,038	0,8952
5	0,011	0,027	0,038	0,8682
6	0,0107	0,0273	0,038	0,8409
7	0,0103	0,0277	0,038	0,8132
8	0,01	0,028	0,038	0,7852
.
.
.
22	0,0048	0,0332	0,038	0,3549
23	0,0044	0,0336	0,038	0,3213
24	0,0039	0,0341	0,038	0,2872
25	0,0035	0,0345	0,038	0,2527
26	0,0031	0,0349	0,038	0,2178
27	0,0027	0,0353	0,038	0,1825
28	0,0022	0,0358	0,038	0,1467
29	0,0018	0,0362	0,038	0,1105
30	0,0014	0,0366	0,038	0,0739
31	0,0009	0,0371	0,038	0,0368
32	0,0005	0,0368	0,0373	0

B.2 Ejemplo de Proyección de Flujo según Prepago

Se presenta un ejemplo de proyección de flujo para la LCH de serie EST089 o EST100. Como ejemplo de modelo de prepago se utilizó el estándar de la PSA mencionado en el Capítulo III.

Tabla B-3: Ejemplo de flujo proyectado suponiendo un 100% PSA (base 100)

Nº Cupón	Cupón	Interés	Amort	Prepago	Flujo	Saldo adeudado
0						100
1	3,798	1,227	2,570	0,146	3,944	97,283
2	3,792	1,194	2,598	0,285	4,077	94,400
3	3,780	1,158	2,622	0,416	4,196	91,362
4	3,763	1,121	2,642	0,537	4,300	88,183
5	3,741	1,082	2,658	0,649	4,389	84,876
6	3,712	1,042	2,671	0,750	4,462	81,455
7	3,678	1,000	2,679	0,841	4,519	77,936
8	3,639	0,956	2,683	0,920	4,559	74,334
.
.
.
23	2,899	0,333	2,566	0,377	3,276	24,184
24	2,855	0,297	2,558	0,332	3,187	21,295
25	2,811	0,261	2,550	0,288	3,099	18,457
26	2,768	0,227	2,541	0,244	3,012	15,672
27	2,725	0,192	2,533	0,202	2,927	12,937
28	2,683	0,159	2,525	0,160	2,843	10,253
29	2,642	0,126	2,516	0,119	2,761	7,617
30	2,602	0,093	2,508	0,078	2,680	5,031
31	2,562	0,062	2,500	0,039	2,601	2,492
32	2,522	0,031	2,492	0,000	2,522	0,000

ANEXO C : NOCIONES ELEMENTALES DE CALCULO ESTOCASTICO

En esta sección se exponen algunos de los conceptos fundamentales del calculo estocástico, necesarios para comprender la teoría de los modelos de valorización de activos presentes en esta tesis.

C.1 Proceso Estocásticos Continuos y Movimiento Browniano

Cualquier variable que cambia en el tiempo de una forma incierta, se dice que sigue un proceso estocástico. Un proceso de Markov es un tipo particular de proceso estocástico en el cual sólo el valor actual de una variable es relevante en la predicción de sus posibles valores futuros, es decir que la distribución de probabilidades de la variable no depende en forma alguna del camino particular que ésta haya tenido en el pasado.

Ahora, considerando una variable que sigue un proceso de Markov, suponiendo que el cambio en su valor en 1 año es $\phi(0,1)$, donde $\phi(\mu, \sigma)$ denota una distribución normal con media μ y varianza σ^2 . Por ejemplo, para calcular la distribución de probabilidades de esta variable al transcurso de 2 años, se deben sumar 2 distribuciones normales anteriores, donde la media es la suma de las medias y las varianzas son la suma de las varianzas. Esto significa que el cambio de esta variable en los próximos 2 años será $\phi(0, \sqrt{2})$. En forma más general, el cambio durante un periodo de T es $\phi(0, \sqrt{T})$, y en particular durante un periodo muy corto de tiempo δt es $\phi(0, \sqrt{\delta t})$.

El proceso anterior seguido por la variable es conocido como un Proceso de Wiener. Es un tipo particular de proceso de Markov con media 0 y varianza 1 por unidad de tiempo. Algunas veces es también llamado *Movimiento Browniano*. Una variable sigue un proceso de Wiener si cumple con las propiedades siguientes:

El cambio δz durante un periodo pequeño de tiempo es $\delta z = \varepsilon \sqrt{\delta t}$ con ε una variable aleatoria que sigue una distribución normal $\phi(0,1)$

Es independiente de los eventos ocurridos previos al instante s , entonces $z(s+1) - z(s) \sim N(0,1)$.

Con lo anterior un proceso de Wiener generalizado puede ser definido en términos de dz de la siguiente forma:

$$dx = a \cdot dt + b \cdot dz \quad (\text{C.1})$$

donde a y b son constantes. El proceso de Itô es una versión más generalizada del proceso de Wiener:

$$dx = a(x,t)dt + b(x,t)dz \quad (\text{C.2})$$

donde la media y la varianza son $a(x,t)$ y $b(x,t)^2$ respectivamente y pueden cambiar a lo largo del tiempo.

En resumen, una variable x , se dice que sigue un proceso estocástico, si sigue un proceso continuo en el tiempo, compuesto por un componente aleatorio que es función del proceso browniano y uno determinístico que es función del tiempo. El proceso para x también puede ser descrito como:

$$x_t = x_0 + \int_0^t \mu(s) ds + \int_0^t \sigma(s) dW_s \quad (\text{C.3})$$

C.2 Lema de Itô

Cuando se realizan expansiones en series de potencias para variables, bajo las reglas del cálculo diferencial, se suele eliminar los términos diferenciales de segundo o mayor orden, pues en relación a sus pares de primer orden, son despreciables. Sin embargo, al trabajarse con variables que siguen procesos estocásticos, hay que tratar con diferenciales brownianos, dónde no todos los términos de segundo orden son despreciables. Esto se resume en el lema de Itô.

Sea x una variable que sigue un proceso estocástico caracterizado por la ecuación:

$$dx = \mu dt + \sigma dw \quad (\text{C.4})$$

Sea $F(x,t)$ una función determinística de x en el tiempo, continua y dos veces diferenciable. La expansión de Taylor para F es:

$$\Delta F = \frac{\partial F}{\partial x} \Delta x + \frac{\partial F}{\partial t} \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \Delta x^2 + \frac{\partial^2 F}{\partial x \partial t} \Delta x \Delta t + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial t^2} \Delta t^2 + \dots \quad (\text{C.5})$$

La ecuación (E.4) puede ser discretizada:

$$\Delta x = \mu \Delta t + \sigma \varepsilon \sqrt{\Delta t} \quad (\text{C.6})$$

donde ε proviene de un muestreo aleatorio de una distribución $\phi(0,1)$. Si examinamos el diferencial de segundo orden Δx^2 :

$$\Delta x^2 = \sigma^2 \varepsilon^2 \Delta t \quad (\text{C.7})$$

De la distribución normal estandarizada, se sabe que:

$$\begin{aligned} E[\varepsilon^2] - (E[\varepsilon])^2 &= 1 \\ E[\varepsilon] &= 0 \end{aligned} \quad (\text{C.8})$$

Por lo que el término del diferencial Δx^2 contiene un término de primer orden Δt . Si además consideramos que la varianza de $\varepsilon^2 \Delta t$ es de orden Δt^2 , es posible tratar este diferencial como determinístico. Así el diferencial de F queda de la siguiente manera:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial t} dt + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \sigma^2 dt \quad (\text{C.9})$$

Si se reemplaza dx , utilizando la ecuación (C.9) y se reordenan los términos se obtiene:

$$dF = \left(\mu \frac{\partial F}{\partial x} + \frac{\partial F}{\partial t} + \frac{1}{2} \sigma^2 \frac{\partial^2 F}{\partial x^2} \right) dt + \sigma \frac{\partial F}{\partial x} dw \quad (\text{C.10})$$

que es la conocida formula de Itô, la cual puede ser utilizada para encontrar las ecuaciones diferenciales que caracterizan a un proceso estocástico.

C.3 Ecuación de Valorización de Activos Contingentes

El estado de la economía y los factores que afectan el precio del activo a valorizar pueden asumirse descritos por m factores o variables de estado como fuentes de incerteza, $x(t) = (x_1(t), \dots, x_m(t))$ en un tiempo t que siguen un proceso estocástico conjunto del tipo

$$dX_i = \mu_i dt + \sigma_i dz_i \quad (\text{C.11})$$

donde dz_i es el incremento en un proceso de Wiener, $E[dz_i]=0$, $dz_i^2=dt$ y $dz_i dz_j = \rho_{ij} dt$ para $i, j=1, \dots, m$. Ya que X constituye una completa descripción del estado actual de la economía, el valor de cualquier activo j puede ser escrito como una función de estas variables de estado y el tiempo $V(X, t)$. Utilizando el lema de Itô, el retorno instantáneo de tener el activo es:

$$dV^j = V^j \alpha^j dt + \sum_{i=1}^m V_i^j \sigma_i^j dz_i \quad (C.12)$$

donde

$$\alpha^j = \left[\sum_{i=1}^m V_i^j \mu_i + \frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{k=1}^m V_{ik}^j \rho_{ij} \sigma_i \sigma_k + V_t^j \right] / V^j \quad (C.13)$$

además $V_i^j = \partial V^j / \partial X_i$, $V_t^j = \partial V^j / \partial t$

Ahora r corresponde a la tasa instantánea libre de riesgo, y considerando un portafolio P de m activos escogidos arbitrariamente con una posición larga de b_j unidades del activo j y una posición corta de $\sum_{j=1}^m b_j V^j$ en el activo libre de riesgo. La inversión neta en este portafolio es 0 y el cambio instantáneo de su valor esta dado por:

$$\begin{aligned} dP &= \sum_{j=1}^m b_j dV^j - \sum_{j=1}^m b_j V^j r dt \\ &= \sum_{j=1}^m b_j V^j (\alpha^j - r) dt - \sum_{j=1}^m \sum_{i=1}^m b_j V_i^j \sigma_i dz_i \end{aligned} \quad (C.14)$$

Si en la composición del portafolio se escoge b_j de manera que

$$\sum_{j=1}^m b_j V_i^j \sigma_i = 0 \quad i=1, \dots, m \quad (C.15)$$

el cambio instantáneo del valor del portafolio será no estocástico, y para evitar beneficios por arbitraje es necesario que el retorno sea idénticamente 0

$$\sum_{j=1}^m b_j V^j (\alpha^j - r) = 0 \quad (C.16)$$

De esta manera, las ecuaciones anteriores describe un sistema lineal de $m+1$ ecuaciones para m incógnitas (b_j), y el sistema tendrá solución solo si las ecuaciones son linealmente dependientes entonces existe un valor λ_i tal que

$$V^j (\alpha^j - r) = \sum_{i=1}^m \lambda_i V_i^j \sigma_i \quad j=1, \dots, m \quad (C.17)$$

Más aun, ya que los activos incluidos en el portafolio fueron seleccionados arbitrariamente, la ecuación anterior debe cumplirse para todos ellos con los mismos valores de λ_i , aunque dichos valores pueden ser dependientes de los diferentes estados de la economía.

Sustituyendo α^j en (C.17) y eliminando los superíndices, la condición de no-arbitraje implica que el valor de cualquier instrumento debe satisfacer la siguiente ecuación diferencial parcial

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m V_{ij} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_{i=1}^m V_i (\mu_i - \lambda_i \sigma_i) + V_t - rV = 0 \quad (C.18)$$

donde V denota el valor del activo relevante. Esta ecuación, que ha sido referida por Cox, Ingersoll y Ross (1985) como la Ecuación Diferencial Parcial Fundamental para Activos Contingentes, y con ella se puede determinar el valor de cualquier instrumento una vez que las condiciones de borde específicas son agregadas.

Cuando el activo es un bono de precio P , resulta simple incorporar los pagos de cupones en el modelo. Si un monto Cdt es recibido en un periodo dt entonces la ecuación anterior cambia a:

$$\frac{1}{2} \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^m P_{ij} \rho_{ij} \sigma_i \sigma_j + \sum_{i=1}^m P_i (\beta_i - \lambda_i \sigma_i) + P_t - rP + C = 0 \quad (C.19)$$

Por otro lado, cuando el cupón C se paga en forma discreta en un tiempo t_C , se debe resolver la ecuación (C.18) cumpliendo la condición (C.20) para t_C^+ y t_C^- , tiempos inmediatamente anterior y posterior de t_C .

$$P(r, t_C^-, T) = P(r, t_C^+, T) + C \quad (C.20)$$

C.4 Bonos con Opción de Rescate

En los bonos rescatables la política óptima de prepago es escogida para minimizar el valor de la deuda para el emisor, y por ende el valor del instrumento asociado a dicha deuda también. El efecto de dicha política óptima es evitar que el valor de mercado del bono exceda su principal remanente (valor par). Entonces la condición de borde para un bono rescatable de este tipo es

$$P(r(t), t, T) \leq F(t, T) + CT(t) \quad (C.21)$$

donde $P(r(t), t, T)$ es el valor del bono, $F(t, T)$ es el valor par y $CT(t)$ son los costos de transacción asociados.

Para cada periodo, dado el nivel existente de tasas y costos de transacción para el deudor, existe una estrategia óptima que determina si el deudor debe refinanciar. Para una determinada tasa de emisión y costos de refinanciamiento $CT(t)$, existe una tasa crítica $r^*(t)$ tal que si $r(t) \leq r^*(t)$ para la cual el deudor debería refinanciar. Equivalentemente, para una determinada tasa de emisión y tasas de interés $r(t)$, existe un costo de transacción crítico $CT^*(t)$ tal que si $CT(t) \leq CT^*(t)$ el deudor se refinanciará óptimamente.

Según lo anterior el flujo del bono para un tiempo t será

$$P(r, t, T) = \begin{cases} F(t) & \text{si } r(t) < r^*(t) \quad (\text{o equivalentemente, } CT(t) < CT^*(t)) \\ C & \text{si } r(t) \geq r^*(t) \quad (\text{o equivalentemente, } CT(t) \geq CT^*(t)) \end{cases} \quad (C.22)$$

donde $F(t)$ es el principal remanente y C son los cupones normales.

La posibilidad de una terminación anticipada del crédito crea una “frontera libre” o política óptima, dada por la tasa de refinanciamiento crítica a la cual sería óptimo ejercer la opción. Entonces la condición de borde va a estar dada por

$$P(r(t_c^-), t_c^-, T) = \min\left(P(r(t_c^+), t_c^+, T), F(t_c^+, T) + CT(t_c^+)\right) + C \quad (C.23)$$

con la cual es posible determinar la política óptima de un instrumento con opción de prepago libre de riesgo. La posibilidad que el deudor se financie esta basada

en el valor del bono en el futuro, por lo cual este problema debe enfrentarse con un método numérico de resolución hacia atrás como se verá más adelante en este capítulo¹.

Como ha sido notado por Dunn y Spatt (1985), existe una diferencia entre el instrumento (en este caso una LCH) y la deuda sostenida por el cliente con relación a los costos de transacción asociados a los prepagos. Dichos costos son asumidos por el deudor, lo que incrementa el valor de su deuda, pero no son recibidos por el inversionista en el instrumento respaldado por dicha deuda.

¹ Ver Kau, Keenan, Muller y Epperson (1992; Kau y Keenan (1995) para una discusión más extensa de la frontera libre.

ANEXO D : PROCESO DE VASICEK GENERALIZADO

En este anexo se entrega todo lo concerniente al proceso de Vasicek Generalizado para N factores, tal como su derivación, momentos de la distribución y formulas de valorización de bonos.

D.1 Momentos de la Ecuación Diferencial Estocástica Lineal a Coeficientes Constantes

En esta sección se resuelve la siguiente ecuación diferencial estocástica:

$$dx_t = (-Ax_t + b)dt + \Sigma dw_t \quad (D.1)$$

donde A es una matriz de dimensión $N \times N$, Σ es una matriz de dimensión $N \times N$ y dw_t es un vector de incrementos de un proceso de Wiener de dimensión $N \times 1$ que pueden estar correlacionados entre sí $dw_t dw_t' = \Theta dt$. Se supone además que la matriz de varianza-covarianza instantánea $\Omega = \Sigma \Theta \Sigma'$ debe ser estrictamente definida positiva.

Para esto se define el siguiente vector de estados:

$$y_t = e^{At} x_t \quad (D.2)$$

Aplicando el lema de Itô a y_t , se obtiene:

$$\begin{aligned} dy_t &= e^{At} dx_t + A e^{At} x_t \\ &= e^{At} ((-Ax_t + b)dt + \Sigma dw_t) + A e^{At} x_t \\ &= e^{At} b dt + e^{At} \Sigma dw_t \end{aligned} \quad (D.3)$$

Nótese que se ha utilizado la propiedad que la matriz exponencial conmuta con su exponente, es decir $e^{At} A = A e^{At}$.

La ecuación (D.3) es fácilmente integrable y se obtiene que:

$$\int_t^T dy_s = \int_t^T e^{As} b ds + \int_t^T e^{As} \Sigma dw_s \quad (D.4)$$

$$y_T - y_t = \left(\int_t^T e^{As} ds \right) b + \int_t^T e^{As} \Sigma dw_s \quad (D.5)$$

$$y_T = y_t + \left(\int_t^T e^{As} ds \right) b + \int_t^T e^{As} \Sigma dw_s \quad (\text{D.6})$$

Reemplazando $y_t = e^{At} x_t$ en la ecuación (D.6) se llega a:

$$x_T = e^{-A(T-t)} x_t + e^{-AT} \left(\int_t^T e^{As} ds \right) b + e^{-AT} \int_t^T e^{As} \Sigma dw_s \quad (\text{D.7})$$

Esta es la solución general de la ecuación (D.1), condicional a un valor de x_t . Nótese que la ecuación (D.7) indica que el vector de estados x_t sigue un proceso Gaussiano, o sea, su distribución condicional es normal¹.

Sea $E_t(\cdot)$ y $Cov_t(\cdot)$ el valor esperado y la varianza-covarianza condicional a la información en el tiempo t . Entonces, se tiene que²:

$$E_t(x_T) = e^{-A(T-t)} x_t + \left(\int_0^{T-t} e^{-A\tau} d\tau \right) b \quad (\text{D.8})$$

$$Cov_t(x_T) = \int_0^{T-t} e^{-A\tau} \Sigma \Theta \Sigma' (e^{-A\tau})' d\tau \quad (\text{D.9})$$

donde $\Theta dt = (dw_t)(dw_t)'$. Nótese que la varianza-covarianza no depende de las variables de estado.

Si se supone que los valores propios de A son todos distintos entre sí, esta matriz es siempre diagonalizable y la ecuación (D.7) se puede simplificar de manera considerable. Sea $A = VKV^{-1}$ donde V es una matriz cuyas columnas son los vectores propios de A y K es una matriz diagonal con los valores propios de A . Definiendo entonces el nuevo vector de estados $\xi_t = V^{-1}x_t$ la ecuación (D.1) queda como:

$$d\xi_t = (-K\xi_t + c) dt + \Gamma d\tilde{w}_t \quad (\text{D.10})$$

donde $\Omega = \Gamma\Psi\Gamma'$ es la matriz de varianza-covarianza instantánea del vector de estados ξ_t y $\Psi dt = (d\tilde{w}_t)(d\tilde{w}_t)'$ y

¹ Ver Øksendal (1998).

² La fórmula de la varianza es una consecuencia de la isometría de Itô. Se recomienda ver por ejemplo Øksendal (1998) donde se presenta un desarrollo formal del cálculo estocástico.

$$\Gamma = \begin{pmatrix} \sigma_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma_N \end{pmatrix} \quad \Psi = \begin{pmatrix} 1 & \rho_{12} & \cdots & \rho_{1N} \\ \rho_{21} & 1 & \cdots & \rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \rho_{N1} & \rho_{N2} & \cdots & 1 \end{pmatrix} \quad (\text{D.11})$$

$$\Omega = \begin{pmatrix} \sigma_1^2 & \sigma_1\sigma_2\rho_{12} & \cdots & \sigma_1\sigma_N\rho_{1N} \\ \sigma_2\sigma_1\rho_{21} & \sigma_2^2 & \cdots & \sigma_2\sigma_N\rho_{2N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \sigma_N\sigma_1\rho_{N1} & \sigma_N\sigma_2\rho_{N2} & \cdots & \sigma_N^2 \end{pmatrix} \quad (\text{D.12})$$

Analizamos el caso en que todos los valores propios de K son estrictamente mayores que cero y representemos la matriz K y al vector de estados ξ_t como:

$$K = \begin{pmatrix} \kappa_1 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \kappa_2 & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \kappa_N \end{pmatrix} \quad \xi_t = \begin{pmatrix} \xi_1(t) \\ \xi_2(t) \\ \vdots \\ \xi_N(t) \end{pmatrix} \quad (\text{D.13})$$

En este caso, se tiene simplemente que:

$$e^{-Kt} = \begin{pmatrix} e^{-\kappa_1 t} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & e^{-\kappa_2 t} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & e^{-\kappa_N t} \end{pmatrix} \quad (\text{D.14})$$

$$\int_0^{T-t} e^{-Ks} ds = \begin{pmatrix} \frac{1 - e^{-\kappa_1(T-t)}}{\kappa_1} & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \frac{1 - e^{-\kappa_2(T-t)}}{\kappa_2} & \cdots & 0 \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \frac{1 - e^{-\kappa_N(T-t)}}{\kappa_N} \end{pmatrix} \quad (\text{D.15})$$

Además, si denotamos por χ_{ij} al elemento (i, j) de la matriz $e^{-Kt}\Omega(e^{-Kt})'$ y por ν_{ij} al elemento (i, j) de la matriz $\int_0^{T-t} e^{-K\tau}\Omega(e^{-K\tau})' d\tau$ entonces se tiene:

$$\chi_{ij} = \sigma_i\sigma_j\rho_{ij}e^{-(\kappa_i+\kappa_j)t} \quad (\text{D.16})$$

$$v_{ij} = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \frac{1 - e^{-(\kappa_i + \kappa_j)(T-t)}}{\kappa_i + \kappa_j} \quad (D.17)$$

Luego, de las ecuaciones (D.8) y (D.9) se tiene que:

$$E_t(\xi_i(T)) = e^{-\kappa_i(T-t)} \xi_i(t) + \frac{1 - e^{-\kappa_i(T-t)}}{\kappa_i} c_i \quad i = 1, \dots, N \quad (D.18)$$

$$Cov_t(\xi_i(T), \xi_j(T)) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \frac{1 - e^{-(\kappa_i + \kappa_j)(T-t)}}{\kappa_i + \kappa_j} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (D.19)$$

donde $E_t(\xi_i(T))$ es el elemento i del vector $E_t(\xi_T)$ y $Cov_t(\xi_i(T), \xi_j(T))$ es el elemento (i, j) de la matriz de varianza-covarianza $Cov_t(\xi_T)$. Es decir, las ecuaciones (D.18) y (D.19) nos entregan los momentos condicionales del proceso estocástico ξ_t .

Los momentos del vector de estados original x_t se encuentran a partir de las siguientes ecuaciones:

$$E_t(x_T) = (V)(E_t(\xi_T)) \quad (D.20)$$

$$Cov_t(x_T) = (V)(Cov_t(\xi_T))(V') \quad (D.21)$$

Bajo la medida de probabilidad ajustada por riesgo, el proceso que sigue el vector de estados es:

$$dx_t = -(\lambda + Kx_t) dt + \Sigma dw_t \quad (D.22)$$

donde λ es un vector de constantes que representa el precio de mercado del riesgo. Utilizando las ecuaciones (D.18) y (D.19), los momentos son:

$$E_t^Q(x_i(T)) = e^{-\kappa_i(T-t)} x_i(t) - \frac{1 - e^{-\kappa_i(T-t)}}{\kappa_i} \lambda_i \quad i = 1, \dots, N \quad (D.23)$$

$$Cov_t^Q(\xi_i(T), \xi_j(T)) = \sigma_i \sigma_j \rho_{ij} \frac{1 - e^{-(\kappa_i + \kappa_j)(T-t)}}{\kappa_i + \kappa_j} \quad i, j = 1, \dots, N \quad (D.24)$$

D.2 Solución Cerrada de la Ecuación Diferencial Estocástica Lineal a Coeficientes Constantes

Se resuelve la ecuación (D.22). Sea P el precio de un bono escrito en t y que vence en T dado un cierto valor del vector de estados y sea la madurez de dicho bono τ ,

de acuerdo al lema de Íto¹. El valor teórico del precio de un bono estará entonces dado por

$$\frac{1}{2} \nabla' \Omega \nabla P - \nabla' P (\lambda + Kx) - \frac{\partial P}{\partial T} = rP \quad (\text{D.25})$$

$$\frac{1}{2} \text{tr}(P_{xx} \Omega) - P'_x (\lambda + Kx) - P_T = rP \quad (\text{D.26})$$

$$P(x, 0) = 1 \quad (\text{D.27})$$

Donde:

$$P_x = \begin{pmatrix} \frac{\partial P}{\partial x_1} \\ \frac{\partial P}{\partial x_2} \\ \vdots \\ \frac{\partial P}{\partial x_N} \end{pmatrix} \quad (\text{D.28})$$

$$P_{xx} = \begin{pmatrix} \frac{\partial^2 P}{\partial x_1^2} & \frac{\partial^2 P}{\partial x_1 \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 P}{\partial x_1 \partial x_N} \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_2 \partial x_1} & \frac{\partial^2 P}{\partial x_2^2} & \dots & \frac{\partial^2 P}{\partial x_2 \partial x_N} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial^2 P}{\partial x_N \partial x_1} & \frac{\partial^2 P}{\partial x_N \partial x_2} & \dots & \frac{\partial^2 P}{\partial x_N^2} \end{pmatrix} \quad (\text{D.29})$$

S considera la siguiente solución para el valor de un bono de descuento $P(x_t, t)$:

$$P(x_t, \tau) = \exp(u(\tau)' x_t + v_t(\tau)) \quad (\text{D.30})$$

A partir de esta solución, es posible encontrar los términos para P_x , P_{xx} , P_T

¹ Se agradece la colaboración de Carlos Milla y Jorge Urzúa en la derivación del modelo.

$$P_x = u^T P \quad (D.31)$$

$$P_{xx} = u^T u P \quad (D.32)$$

$$P_T = \left(v_t + (u')^T x \right) P \quad (D.33)$$

Sea r la tasa de interés instantánea. El modelo que se analiza supone que r puede representarse de la siguiente manera:

$$r = \bar{1}^T x + \delta \quad (D.34)$$

Luego, reemplazando las expresiones anteriores en (D.26), en la ecuación diferencial para el bono, ésta queda:

$$\frac{1}{2} \text{tr} \left[u^T u \Omega \right] - u^T K x - u^T \lambda - v' - (u')^T x - \bar{1}^T x - \delta = 0 \quad (D.35)$$

Donde:

$$u' = \frac{du}{dT} \quad (D.36)$$

$$v_t' = \frac{dv_t}{dT} \quad (D.37)$$

Luego para encontrar los valores para u y v_t se debe resolver el siguiente sistema de ecuaciones diferenciales:

$$u' = \frac{du}{dT} = -(Kx)^T u - x^T \bar{1} \quad (D.38)$$

$$v_t' = \frac{dv_t}{dT} = \frac{1}{2} \text{tr} \left[u^T u \Omega \right] - u^T \lambda - \delta \quad (D.39)$$

Con las siguientes condiciones de borde:

$$P(x, 0) = 1 \Rightarrow u_0 = 0; v_0 = 0 \quad (D.40)$$

Se encuentran las siguientes soluciones

$$u_i(\tau) = \frac{1 - \exp(k_i \tau)}{k_i} \quad (D.41)$$

$$v(\tau) = \sum_{i=1}^N \frac{\lambda_i}{k_i} \left(\tau - \frac{1 - \exp(k_i \tau)}{k_i} \right) - \delta \cdot \tau$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=1}^N \sum_{j=1}^N \frac{\sigma_i \sigma_j \rho_{ij}}{k_i k_j} \left(\tau - \frac{1 - \exp(-k_i \tau)}{k_i} - \frac{1 - \exp(-k_j \tau)}{k_j} + \frac{1 - \exp(-(k_i + k_j) \tau)}{k_i + k_j} \right)$$

(D.42)

Entonces el valor de un bono con cupones $B(x_t, \tau)$ con madurez $\tau = \tau_N$ y N cupones C_i , pagando en tiempos τ_i puede ser calculado como:

$$B(x_t, \tau) = \sum_{i=1}^n C_i P(x_t, \tau_i) \tag{D.43}$$

A veces es conveniente trabajar con la tasa spot equivalente anualizada. De la ecuación (D.30) se puede obtener

$$r(x_t, \tau) = -\frac{1}{\tau} P(x_t, \tau) = -\frac{1}{\tau} (u(\tau)' x_t + v_t(\tau)) \tag{D.44}$$

D.3 Parámetros Estimados

Para el modelo de Vasicek de 1 factor los parámetros estimados para el periodo 1997–2001 son los siguientes:

Tabla D-1: Parámetros Estimados Vasicek 1-F

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
κ	0,018196	ρ	-0,79976
σ	0,019302	λ	3,55E-05
δ	0,080443		

Para el modelo de Vasicek de 3 factores los parámetros estimados para el periodo 1997–2001 son los siguientes:

Tabla D-2: Parámetros Estimados Vasicek 3-F

Parámetro	Valor	Parámetro	Valor
κ_1	0,018196	ρ_{23}	-0,79976
κ_2	0,979694	ρ_{23}	0,387257
κ_3	2,14709	ρ_{13}	-0,81982
σ_1	0,019302	λ_1	3,55E-05
σ_2	0,179739	λ_2	-0,01545
σ_3	0,211043	λ_3	-0,02252
δ	0,080443		

ANEXO E : CONCEPTOS BÁSICOS DE RENTA FIJA

En este anexo se presentan algunos conceptos básicos como Duración y Convexidad que resultan muy importante en la cobertura de riesgos de los instrumentos de renta fija.

E.1 Bonos con Cupones

En general en los mercados existen en su mayoría bonos que pagan una cierta cantidad de flujos en plazos determinados. Estos bonos tienen una tasa de retorno promedio que dependerá de la estructura del bono como de su madurez. Esta tasa solo puede ser utilizada para descontar flujos con la misma estructura y plazo. La relación que existe entre precio y tasa de retorno compuesta continua, y , de un bono con cupones viene dada por¹:

$$B = \sum_{i=1}^n C_i e^{-y t_i} \quad (\text{E.1})$$

E.2 Duración

Es una medida que entrega el tiempo promedio que en tenedor de un bono debe esperar para recibir los pagos. Un bono cero-cupón con madurez de n años tiene una duración de n años, situación que difiere en el caso de bonos con cupones, en los cuales la duración es menor a la madurez del instrumento. Suponiendo que existe un bono con precio B , con una tasa de retorno compuesta continua y , entonces

$$B = \sum_{i=1}^n C_i e^{-y t_i} \quad (\text{E.2})$$

de la ecuación anterior se puede calcular

$$\frac{\partial B}{\partial y} = - \sum_{i=1}^n C_i t_i e^{-y t_i} \quad (\text{E.3})$$

¹ En el caso chileno la tasa de retorno, conocida como TIR, es compuesta anual y guarda relación con el precio del bono de acuerdo a la siguiente ecuación $B = \sum_{i=1}^n C_i / (1 + TIR)^{t_i}$

entonces si definimos duración como

$$D = \frac{-\sum_{i=1}^n C_i t_i e^{-y t_i}}{B} \quad (\text{E.4})$$

de las ecuaciones (E.3) y (E.4) se puede obtener

$$\frac{\partial B}{\partial y} = -BD \quad (\text{E.5})$$

que para cambios pequeños Δy se puede describir de la siguiente manera

$$\frac{\Delta B}{B} = -D\Delta y \quad (\text{E.6})$$

Esta ecuación muestra que el cambio porcentual en el precio de un bono es igual a la duración del mismo multiplicada por el cambio paralelo en la tasa de retorno del bono. Este análisis se realizó basado en el supuesto que y es compuesto continuo. Si se expresa compuesto anual se obtiene

$$\frac{\Delta B}{B} = -D^* \Delta y \quad (\text{E.7})$$

con $D^* = D/(1+y)$ conocida como *Duración Modificada*.

E.3 Convexidad

Cuando los cambios en la tasa de retorno y son pequeños basta sólo la duración para determinar el cambio en el precio. Para cambios mayores, el factor conocido como convexidad toma importancia. Esta medida puede definirse como

$$C = \frac{1}{B} \frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = \frac{\sum_{i=1}^n c_i t_i^2 e^{y t_i}}{B} \quad (\text{E.8})$$

La convexidad tiende a ser mayor si un bono tiene pagos distribuidos en un periodo largo de tiempo, y es menor cuando están concentrados en un punto particular del tiempo.

Entonces la ecuación (E.6) se transforma a

$$\frac{\Delta B}{B} = -D\Delta y + \frac{1}{2} C \Delta y^2 \quad (\text{E.9})$$

E.4 Aproximaciones Numéricas

Tanto la Duración como la Convexidad pueden ser aproximadas en forma numérica cuando no pueden ser calculadas en forma analítica.

$$D = \frac{B(y - \Delta y) - B(y + \Delta y)}{2B(y)\Delta y} \quad (\text{E.10})$$

$$C = \frac{B(y - \Delta y) + B(y + \Delta y) - 2B(y)}{B(y)(\Delta y)^2} \quad (\text{E.11})$$

donde Δy es el número de puntos base utilizados. Para calcular el OAS se debe perturbar la curva cero cupón en forma paralela, entonces es posible encontrar la expresión adecuada para obtener los valores de la duración y convexidad con respecto a la tasa de retorno y . Para ello se utilizan cambios de variable. Para el caso de la duración

$$\frac{\partial B}{\partial y} = \frac{\partial B}{\partial s} \frac{\partial s}{\partial y} \quad (\text{E.12})$$

En la ecuación anterior s representa el *spread* sobre la curva cero. La Convexidad queda definida por la ecuación

$$\frac{\partial^2 B}{\partial y^2} = \frac{\partial^2 B}{\partial s^2} \left(\frac{\partial s}{\partial y} \right)^2 + \frac{\partial B}{\partial s} \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} \quad (\text{E.13})$$

Para las formulas (E.12) y (E.13) se deben ocupar las siguientes relaciones:

$$\frac{\partial B}{\partial s} = \frac{B(s - \Delta s) - B(s + \Delta s)}{2B(s)\Delta s} \quad (\text{E.14})$$

$$\frac{\partial y}{\partial s} = \frac{y(s + \Delta s) - y(s - \Delta s)}{2y(s)\Delta s} \quad (\text{E.15})$$

$$\frac{\partial^2 B}{\partial s^2} = \frac{B(s - \Delta s) + B(s + \Delta s) - 2B(s)}{B(s)(\Delta s)^2} \quad (\text{E.16})$$

Para obtener el valor de $\partial^2 s / \partial y^2$ se utiliza una aproximación de Taylor de segundo orden, de la que es posible despejar dicho valor.

$$\Delta s = \frac{\partial s}{\partial y} (y(s + \Delta s) - y(s)) + \frac{1}{2} \frac{\partial^2 s}{\partial y^2} (y(s + \Delta s) - y(s))^2 \quad (\text{E.17})$$

Mediante el uso de estas formulas se alcanza una completa equivalencia entre las fórmulas analíticas y numérica, desplazando la curva cero cupón.

ANEXO F : MODELOS DE PREPAGO

En este anexo se muestran las derivaciones matemáticas de los modelos de prepago, así como la metodología de estimación propuesta. Si bien no es utilizado en esta tesis, se entrega además la forma de modelación de una función para riesgos competitivos, como son el prepago y *default*.

F.1 Derivación Matemática

a) Modelo de Riesgos Proporcionales para un Factor de Riesgo

En la forma general el tiempo de supervivencia en un periodo de tiempo será representado por la variable aleatoria T . Entonces, la función de supervivencia para la variable aleatoria es:

$$S(t) = P[T \geq t] \quad (\text{F.1})$$

Esto indica la probabilidad que el crédito hipotecario no sea prepago antes de t . La función $S(t)$ también puede expresarse como:

$$S(t) = 1 - P[T < t] = 1 - F(t) \quad (\text{F.2})$$

con $F(t)$ probabilidad acumulada, donde $S(0) = 1$ y $S(t > 0)$ no puede ser creciente (normalmente es decreciente).

Haciendo uso de límites, la función de riesgo en tiempo continuo o razón de fallo $\lambda(t)$ se define entonces como:

$$\lambda(t) = \lim_{\Delta t \rightarrow 0} \frac{P[T < t + \Delta t / T \geq t]}{\Delta t} \quad (\text{F.3})$$

O alternativamente

$$\lambda(t) = \frac{f(t)}{S(t)} = \frac{dF(t)}{dt} \frac{1}{S(t)} \quad (\text{F.4})$$

con $f(t)$ la función de densidad. Luego puede demostrarse, tras cierta manipulación de (F.4), que

$$\lambda(t) = -\frac{d}{dt} \log S(t) \quad (\text{F.5})$$

$$S(t) = \exp\left(-\int_0^t \lambda(t) dt\right) = \exp(-\Lambda(t)) \quad (\text{F.6})$$

con $\Lambda(t)$ siendo la llamada razón de fallo integrada. La función más común que relaciona los regresores con la función de riesgo es la “*proportional hazard function*” o función de riesgo proporcional de Cox.

$$\lambda(t, z(t), \beta) = \lambda_0(t) \exp(z(t)^T \beta) \quad (\text{F.7})$$

Esta función se puede descomponer en $\lambda_0(t)$ que es la función de riesgo base que recoge toda la heterogeneidad individual no contenida en las variables explicativas del modelo, y la función de regresores compuesta por $z(t)$ que es un vector de regresores y por β es un vector de coeficientes constantes.

Una forma de escribir alternativamente la ecuación (F.7) es

$$\frac{dF(t)}{1-F(t)} = \lambda_0(t) \exp(z(t)^T \beta) dt \quad (\text{F.8})$$

Esta ecuación diferencial de primer orden puede ser resuelta de la siguiente manera:

$$\int_0^{F(t)} \frac{dF(u)}{1-F(u)} = \int_0^t \lambda_0(u) \exp(z(u)^T \beta) du \quad (\text{F.9})$$

donde el limite inferior de integración es igual a 0 y corresponde al tiempo del prepago anterior del deudor. Según esto

$$F(t) = 1 - \exp\left(-\int_0^t \lambda_0(u) \exp(z(u)^T \beta) du\right) \quad (\text{F.10})$$

$$f(t) = \lambda_0(t) \exp(z(t)^T \beta) \exp\left(-\int_0^t \lambda_0(u) \exp(z(u)^T \beta) du\right) \quad (\text{F.11})$$

Ya que el prepago ocurre en intervalos discretos de tiempo (dependiendo del tipo de letra), de la ecuación (F.11)

$$S(t) = \exp\left(-\sum_{u=1}^t \exp(z(u)^T \beta) \int_{u-1}^u \lambda_0(w) dw\right) \quad (\text{F.12})$$

donde u es el intervalo entre meses de prepago. La función de supervivencia condicional es

$$P[T_i \geq t+1 / T_i \geq t] = \frac{S(t+1)}{S(t)} \quad (\text{F.13})$$

Entonces la función de riesgo en tiempo discreto $\pi(t)$ es

$$\begin{aligned} \pi(t) &= P[T < t+1 / T \geq t] \\ &= 1 - P[T \geq t+1 / T \geq t] = 1 - \frac{S(t+1)}{S(t)} \end{aligned} \quad (\text{F.14})$$

$$\pi(t) = 1 - \exp\left(-\exp\left(z(t)^T \beta\right) \int_t^{t+1} \lambda_0(u) du\right) \quad (\text{F.15})$$

donde $z(t)$ se asume constante en el periodo entre t y $t+1$. La ecuación anterior también puede ser escrita de la siguiente manera:

$$\pi(t) = 1 - \exp\left(-\exp\left(z(t)^T \beta + \gamma(t)\right)\right) \quad (\text{F.16})$$

con β los parámetros a estimar, $\gamma(t)$ definido como

$$\gamma(t) = \log\left(\int_t^{t+1} \lambda_0(u) du\right) \quad (\text{F.17})$$

b) Modelo de Riesgos Proporcionales para dos Factores de Riesgo

Cuando se desea modelar el prepago y el *default* como opciones competitivas (o mutuamente excluyentes) es necesario generar un modelo de riesgos competitivos. Las funciones de riesgo para una observación i en un tiempo t pueden ser definidas como:

$$\lambda_i^d(t, z_i(t), \beta_d) = \exp\left(z_i(t)^T \beta_d + \gamma^d(t)\right) \quad (\text{F.18})$$

$$\lambda_i^p(t, z_i(t), \beta_p) = \exp\left(z_i(t)^T \beta_p + \gamma^p(t)\right) \quad (\text{F.19})$$

donde $\gamma^k(t)$ corresponde a la ecuación (F.17) para un riesgo tipo k . Sea t_d y t_p la duración de un *mortgage* hasta que es terminado por *default* o por prepago respectivamente. La función conjunta de supervivencia puede ser definida como¹:

$$S(t_d, t_p | \theta_d, \theta_p) = \exp \left(\begin{array}{l} -\theta_d \sum_{t=1}^{t_d} \exp(z(t)^T \beta_d + \gamma^d(t)) \\ -\theta_p \sum_{t=1}^{t_p} \exp(z(t)^T \beta_p + \gamma^p(t)) \end{array} \right) \quad (\text{F.20})$$

donde θ_d y θ_p son parámetros que corresponden a la heterogeneidad no observada de los deudores².

F.2 Estimación del Modelo de Prepago

La correcta estimación de un modelo de prepago debe tomar en cuenta la posibilidad que algunos créditos no serán prepagados en el periodo en el cual son observados. Esto puede ocurrir de 2 formas: primero, el crédito puede ser observado en sólo una parte del plazo total, y segundo, el crédito simplemente puede llegar a su madurez. Cuando estos casos ocurren, las observaciones se denominan “censuradas” y deben ser tratadas en una forma especial en la estimación del modelo. El caso contrario ocurre cuando el prepago ocurre en el periodo de observación, donde las observaciones se denominan “no censuradas”.

a) Modelo de Riesgos Proporcionales para un Factor de Riesgo

La función de verosimilitud para el caso continuo es:

$$L(\psi | t_1, \dots, t_N) = \prod_{i=1}^N f_i(t | \psi)^{\delta_i} S_i(t | \psi)^{1-\delta_i} \quad (\text{F.21})$$

¹ Por simplicidad se suprime el subíndice i .

² Ver Deng, Quigley y Van Order (2000), Deng, Quigley y Van Order (2000) y Ciochetti, Deng, Gao y Yao (2002) para una explicación detallada de la modelación de la heterogeneidad de los deudores.

donde N es el número de observaciones. Sea t_p el tiempo al prepago y t_c el tiempo de censura para cada observación que define $\delta_i = 1$ si $t_p \leq t_c$ y 0 en otro caso, y su vez se define $t_k = \min(t_p, t_c)$. De la ecuación (F.21) se desprende que

$$\log(L(\psi | t_1, \dots, t_N)) = \sum_{i=1}^N (\delta_i \cdot \log(f_i(t | \psi)) + (1 - \delta_i) \log(S_i(t | \psi))) \quad (\text{F.22})$$

donde θ son los parámetros a estimar. En el caso discreto, donde $\pi(t)$ proviene de la ecuación (F.16), es posible obtener

$$L(\psi | t_1, \dots, t_N) = \prod_{i=1}^N \left[\pi(t_i | \psi)^{\delta_i} \prod_{t=0}^{k_i-1} (1 - \pi(t | \psi)) \right] \quad (\text{F.23})$$

El logaritmo de la función de verosimilitud es

$$\log(L(\psi | t_1, \dots, t_N)) = \sum_{i=1}^N \left(\delta_i \cdot \log(\pi(t_i | \psi)) + \sum_{t=0}^{k_i-1} \log(1 - \pi(t | \psi)) \right) \quad (\text{F.24})$$

Finalmente, para obtener una función de prepago es necesario especificar si se utilizará un modelo paramétrico o semi-paramétrico y las variables explicativas utilizadas.

b) Modelo de Riesgos Proporcionales para dos Factores de Riesgo

La naturaleza competitiva del modelo hace que se realice el primer evento observado, es decir $t = \min(t_d, t_p, t_c)$ donde t_d es el tiempo al *default*. Se permite la posibilidad que la población de deudores consista en J distintos grupos (caracterizados por el par θ_d y θ_p), y se modela la probabilidad p_j de cada uno de estos grupos.

Siguiendo a McCall (1996), se puede escribir la probabilidad de terminación por *default* para un periodo k como¹

¹ El término $0.5 \{ \}$ es un ajuste para la especificación discreta de dependencia de la duración.

$$\pi_d(k|\theta_d, \theta_p) = S(k, k|\theta_d, \theta_p) - S(k+1, k|\theta_d, \theta_p) - 0.5 \left\{ \begin{array}{l} S(k, k|\theta_d, \theta_p) + S(k+1, k+1|\theta_d, \theta_p) - \\ S(k, k+1|\theta_d, \theta_p) - S(k+1, k|\theta_d, \theta_p) \end{array} \right\} \quad (\text{F.25})$$

La probabilidad de terminación por prepago es

$$\pi_p(k|\theta_d, \theta_p) = S(k, k|\theta_d, \theta_p) - S(k, k+1|\theta_d, \theta_p) - 0.5 \left\{ \begin{array}{l} S(k, k|\theta_d, \theta_p) + S(k+1, k+1|\theta_d, \theta_p) - \\ S(k, k+1|\theta_d, \theta_p) - S(k+1, k|\theta_d, \theta_p) \end{array} \right\} \quad (\text{F.26})$$

La probabilidad que el *mortgage* sobreviva hasta el periodo k y sea censurado es:

$$\pi_c(k|\theta_d, \theta_p) = S(k, k|\theta_d, \theta_p) \quad (\text{F.27})$$

La probabilidad no-condicional esta dada por:

$$\pi_m(k) = \sum_{j=1}^J p_j \pi_m(k|\theta_d, \theta_p) \quad m = p, d, c \quad (\text{F.28})$$

La función de verosimilitud es

$$\log(L) = \sum_{i=1}^N \left\{ \delta_{di} \log(\pi_d(k_i)) + \delta_{pi} \log(\pi_p(k_i)) + \delta_{ci} \log(\pi_c(k_i)) \right\} \quad (\text{F.29})$$

donde N es el total de observaciones, δ_{di} , δ_{pi} y δ_{ci} son variables que toman el valor de 1 si el crédito i -ésimo es terminado por *default*, prepago o es censurado respectivamente.

c) Método de Máxima Verosimilitud

Una vez que se define la función de riesgo de prepago a utilizar, el principio de máxima verosimilitud provee el instrumento más utilizado en los estudios de prepago modernos. En este principio toda la información relevante se encuentra contenida en la función de verosimilitud especificada. Básicamente, este método consiste en encontrar el conjunto de parámetros que garantiza que las observaciones incluidas son las más

probables. Bajo ciertas condiciones de regularidad¹, el método de máxima verosimilitud entrega estimaciones consistentes, que es una característica deseable en cualquier método de estimación. Esto implica que el método entrega una estimación del error cometido en la estimación de los parámetros, lo que permite en la práctica realizar *tests* estadísticos de significancia de los parámetros estimados.

En este sentido se propone utilizar dicho método, lo que implica maximizar las funciones de verosimilitud propuestas en este capítulo, dependiendo del tipo de modelo que se pretenda utilizar. Con dicha función se obtienen los parámetros $\hat{\psi}$ del modelo.

$$\hat{\psi} = \arg \max_{\psi} [\log(L(\psi))] \quad (\text{F.30})$$

Sea $I(\psi)$ la matriz de información definida por:

$$I(\psi) = \frac{\partial^2 \log L(\psi)}{\partial \psi \partial \psi'} \quad (\text{F.31})$$

Bajo ciertas condiciones de regularidad se tiene que distribuye asintóticamente normal con media ψ (los parámetros verdaderos) y varianza dada por $I(\psi)^{-1}$. Por lo tanto, una estimación de la varianza del estimador ψ de los parámetros está dada por $I(\psi)^{-1}$. Como $\hat{\psi}$ maximiza $\log L(\psi)$, la matriz $I(\hat{\psi})$ es definida positiva y de esto se concluye que también $I(\hat{\psi})^{-1}$ es definida positiva, lo que garantiza que esta última matriz es efectivamente una matriz de varianza-covarianza. La diagonal de la matriz $I(\hat{\psi})^{-1}$ contiene entonces las varianzas de los errores de estimación, lo que entrega información importante respecto a la confiabilidad de los parámetros estimados. También se pueden calcular las correlaciones entre los distintos parámetros estimados.

La función de verosimilitud $\log L(\psi)$ es por lo general muy complicada y una fórmula explícita de la matriz de información es difícil de obtener. Sin embargo, se pueden calcular las derivadas parciales de $\log L(\psi)$ con respecto a los parámetros de manera numérica sin ninguna dificultad.

¹ Ver por ejemplo Hamilton (1994).

La evaluación de la matriz de información entrega detalles adicionales sobre la identificación del modelo. Si la matriz de información es invertible, entonces los parámetros del modelo son localmente identificables como se menciona en Hamilton (1994).

ANEXO G : DESCRIPCION DE LAS TRANSACCIONES DE LCH

En el siguiente anexo se presentan las estadísticas descriptivas para los datos de LCH transados en la Bolsa de Comercio de Santiago en el periodo comprendido entre enero de 1999 y agosto del 2003. En el mercado chileno existen LCH con vencimiento todos los meses, los que se agrupan en la siguiente tabla en función de su vencimiento promedio en años.

Tabla G-1: Estadísticas datos LCH periodo 1999-2003

LCH	Vencimiento Promedio (años)	Precio Prom.	Desviación Estándar Precio	Precio PRC Prom.	Desviación Estándar Precio PRC	Tir Prom.	Desviación Estándar Tir	Tir PRC Prom.	Desviación Estándar Tir PRC
LCH-0	0,37	100,04	0,32	100,35	0,46	6,00	1,20	4,41	2,42
LCH-1	1,12	101,12	1,36	102,13	1,97	4,57	2,17	2,93	2,85
LCH-2	2,08	101,21	2,01	102,91	3,10	5,42	1,69	3,87	2,52
LCH-3	3,01	100,51	2,08	102,52	3,64	6,25	1,31	4,91	2,19
LCH-4	4,10	100,85	2,54	103,76	4,02	6,08	1,42	4,65	1,99
LCH-5	4,98	100,57	2,34	103,47	3,85	6,27	1,24	5,07	1,69
LCH-6	5,96	100,03	2,33	103,65	4,55	6,54	0,88	5,27	1,48
LCH-7	7,02	100,29	2,31	104,87	4,52	6,43	1,01	5,05	1,47
LCH-8	7,92	100,06	2,34	104,57	4,31	6,37	1,19	5,15	1,47
LCH-9	8,94	99,36	2,56	104,25	5,69	6,83	0,66	5,63	1,17
LCH-10	10,01	99,96	2,77	106,24	6,29	6,72	0,87	5,35	1,30
LCH-11	11,06	100,33	2,39	106,80	4,80	6,56	1,00	5,27	1,26
LCH-12	11,80	100,10	2,25	106,43	4,27	6,38	1,11	5,19	1,27
LCH-13	13,01	99,37	2,84	106,17	6,70	6,71	0,67	5,53	1,10
LCH-14	14,08	100,35	2,56	107,97	5,40	6,39	0,91	5,17	1,17
LCH-15	14,84	100,03	2,36	107,82	5,20	6,40	0,93	5,20	1,13
LCH-16	15,99	98,15	3,52	105,78	8,47	7,02	0,47	5,89	0,92
LCH-17	16,99	96,92	4,18	104,71	8,33	7,29	0,51	6,15	0,88
LCH-18	18,01	99,10	3,55	108,01	7,15	6,93	0,79	5,73	1,05
LCH-19	19,07	100,27	2,61	110,10	5,77	6,57	0,90	5,34	1,11
LCH-20	19,72	100,20	2,16	109,76	4,92	6,49	0,87	5,32	1,02

La siguiente tabla resume los promedios de las TIR y de los precios de las LCH por cada año de la muestra según su clasificación de riesgo. Para representar el efecto de los diversos riesgos de crédito se utilizó LCH emitidas por instituciones con clasificación AA+ y A+ a la fecha de la transacción.

Tabla G-2: Promedio TIR de mercado de LCH con riesgo AA+ y A+ periodo 1999-2003

LCH	1999		2000		2001		2002		2003	
	AA+	A+	AA+	A+	AA+	A+	AA+	A+	AA+	A+
LCH-0	7,28	7,35	6,68	6,85	5,90	6,42	4,28	6,24	4,24	4,17
LCH-1	6,91	7,49	6,73	6,85	5,63	6,48	2,69	5,82	3,06	3,60
LCH-2	6,99	7,69	6,57	7,47	5,67	6,48	3,70	4,11	3,47	5,20
LCH-3	6,89	7,91	6,73	7,52	6,07	6,61	4,55	5,94	4,52	5,29
LCH-4	7,07	8,00	6,77	7,50	6,16	6,74	4,64	5,92	4,07	5,36
LCH-5	7,10	7,63	6,87	7,42	6,14	6,58	4,85	5,45	4,20	5,73
LCH-6	7,18	7,87	6,95	7,37	6,16	6,58	5,51	5,85	5,10	5,98
LCH-7	7,16	7,81	6,98	7,67	6,38	6,67	5,60	6,20	4,61	5,61
LCH-8	7,20	7,87	6,96	7,69	6,36	6,66	5,43	6,34	4,34	5,29
LCH-9	7,14	7,71	7,10	7,67	6,29	7,01	6,10	6,67	5,92	6,62
LCH-10	7,24	7,66	7,16	7,79	6,53	7,06	6,20	6,73	4,87	6,05
LCH-11	7,40	8,03	7,21	7,73	6,57	7,08	5,73	6,40	4,96	5,78
LCH-12	7,26	7,98	7,26	7,83	6,51	6,87	5,80	6,45	4,75	5,47
LCH-13	7,22	8,18	7,12	7,92	6,37	6,84	6,10	6,21	5,69	6,10
LCH-14	7,42	8,21	7,23	7,75	6,52	6,83	5,88	6,50	5,05	5,91
LCH-15	7,28	7,91	7,26	7,73	6,54	6,86	6,01	6,51	5,05	5,82
LCH-16	7,19	8,11	7,09	7,50	6,57	6,95	6,56	6,98	6,62	6,74
LCH-17	7,29	8,19	7,21	7,94	6,93	7,23	6,59	7,14	6,55	7,17
LCH-18	7,19	7,90	7,26	7,90	6,82	7,25	6,12	6,71	5,53	6,06
LCH-19	7,36	8,00	7,31	7,94	6,67	7,05	5,91	6,52	5,34	6,10
LCH-20	7,26	7,88	7,33	7,94	6,61	7,05	6,08	6,68	5,26	5,91

Tabla G-3: Promedio precio de mercado de LCH con riesgo AA+ y A+ período 1999-2003

LCH	1999		2000		2001		2002		2003	
	AA+	A+	AA+	A+	AA+	A+	AA+	A+	AA+	A+
LCH-0	99,98	99,65	100,03	99,69	99,98	99,51	100,57	99,96	100,59	100,58
LCH-1	99,77	100,05	100,10	99,97	100,44	99,76	102,16	100,49	101,96	101,94
LCH-2	99,45	99,23	99,91	98,79	100,79	100,30	103,13	102,57	103,45	102,22
LCH-3	99,31	98,61	99,42	99,04	100,76	100,50	103,39	101,90	102,92	101,85
LCH-4	98,74	97,85	98,96	98,95	100,65	100,27	103,34	101,21	103,76	101,89
LCH-5	98,85	98,53	98,88	99,21	100,53	100,02	103,58	101,18	103,20	101,53
LCH-6	98,18	98,18	98,22	98,59	100,50	99,83	103,00	101,21	103,30	101,53
LCH-7	98,11	97,12	98,45	97,82	100,74	99,27	102,12	100,92	103,23	103,39
LCH-8	97,97	96,84	98,14	97,82	100,43	99,75	102,34	101,01	102,87	101,81
LCH-9	98,37	96,25	97,64	97,44	99,95	100,75	102,41	100,57	103,68	102,95
LCH-10	97,59	96,82	98,49	98,50	100,44	100,45	102,81	101,76	103,21	101,68
LCH-11	97,47	97,15	99,46	98,17	100,21	99,90	102,28	100,21	102,50	101,01
LCH-12	97,82	97,00	99,22	98,13	99,79	98,92	101,94	100,20	101,91	100,63
LCH-13	97,59	94,02	97,72	96,83	99,62	100,47	102,22	99,17	102,89	101,41
LCH-14	98,28	95,03	99,24	97,27	99,75	98,30	101,99	99,89	102,37	101,40
LCH-15	96,61	95,94	98,67	97,31	99,74	98,43	101,73	99,75	101,62	100,31
LCH-16	95,39	92,60	96,92	94,58	99,78	99,35	103,14	101,66	104,63	101,78
LCH-17	95,30	90,42	96,05	93,52	100,73	99,75	102,46	101,61	103,96	101,44
LCH-18	96,81	94,16	99,40	96,01	101,42	100,72	102,72	100,82	102,53	100,06
LCH-19	96,44	96,21	99,88	96,51	99,89	98,57	102,05	100,66	101,39	100,24
LCH-20	98,88	97,36	99,70	96,96	99,60	98,43	101,46	100,30	101,23	99,77

Tabla G-4: Promedio TIR de mercado de LCH con riesgo AA+ para diferentes tasas de emisión periodo 1999-2003

LCH	1999			2000			2001			2002			2003		
	7%	6%	5%	7%	6%	5%	7%	6%	5%	7%	6%	5%	7%	6%	5%
LCH-0		6,49		6,80	6,49		6,80	5,64	5,55		4,14		4,12	3,52	
LCH-1		6,91		6,99	6,66		5,94	5,47	4,39	2,11	2,88		2,69	3,09	
LCH-2	7,82	6,94		6,91	6,49		5,93	5,51		3,77	3,62	5,00	4,44	3,36	3,25
LCH-3	7,44	6,84		6,86	6,69		6,29	5,79	5,85	5,68	4,02	4,76	5,76	3,98	2,70
LCH-4	7,26	7,03		6,95	6,75	6,52	6,40	5,98	5,29	5,95	4,48	4,50	5,16	3,98	3,70
LCH-5	7,14	7,06		7,04	6,81	6,59	6,41	6,03	5,59	5,57	4,66	4,64	5,37	3,93	3,95
LCH-6	7,08	7,19		7,08	6,93	7,03	6,54	6,01	5,90	5,78	5,29	5,12	5,90	5,00	3,70
LCH-7	7,20	7,12		7,03	6,90		6,54	6,19	5,80	6,01	5,59	4,45	5,96	4,97	4,05
LCH-8	7,28	7,10		7,15	6,81	7,00	6,60	6,23		6,20	5,50	4,25	5,93	4,97	4,12
LCH-9	7,18	7,02		7,09	7,08		6,66	6,11		6,34	5,76	4,83	6,02	5,43	4,23
LCH-10	7,31	7,16		7,07	6,92		6,66	6,24		6,25	5,61	4,83	6,12	5,30	4,14
LCH-11	7,46	7,17		7,15	6,90		6,71	6,40		6,40	5,64	4,82	6,15	5,18	4,66
LCH-12	7,29	7,12		7,15	6,91		6,67	6,42		6,44	5,82	4,81	6,09	5,15	4,63
LCH-13	7,21	7,15		7,25	6,90		6,81	6,24		6,32	5,95	4,90	6,39	5,54	4,64
LCH-14	7,24	7,42		7,19	6,88		6,76	6,41		6,46	5,81	5,19	5,99	5,25	4,78
LCH-15	7,29	7,23		7,14	7,17		6,72	6,47		6,39	6,00	5,14	6,20	5,22	4,87
LCH-16	7,15	7,19		7,17	7,04		6,75	6,47		6,48	6,18		6,22	6,10	
LCH-17	7,27	7,30		7,06	7,26		6,89	6,67		6,61	6,27		6,37	5,82	
LCH-18	7,30	6,96		7,09	7,27		6,78	6,43		6,43	5,96		6,29	5,56	5,09
LCH-19	7,32	7,38		7,23	7,02		6,76	6,55		6,57	5,86	5,28	6,38	5,47	5,08
LCH-20	7,11	7,08		7,17	7,02		6,73	6,52		6,56	6,08	5,35	6,40	5,38	5,12

Tabla G-5: Promedio precio de mercado de LCH con Riesgo AA+ para diferentes tasas de emisión periodo 1999-2003

LCH	1999			2000			2001			2002			2003		
	7%	6%	5%	7%	6%	5%	7%	6%	5%	7%	6%	5%	7%	6%	5%
LCH-0		99,94		100,09	100,00		100,06	99,97	99,60		100,58		100,42	100,77	
LCH-1		99,77		99,97	99,85		100,54	100,44	100,12	102,99	101,79		101,89	102,01	
LCH-2	99,14	99,47		100,08	99,63		100,90	100,60		103,05	102,78	100,00	102,59	102,70	101,70
LCH-3	99,43	99,29		100,20	99,26		100,85	100,64	98,72	101,80	103,64	100,37	101,61	103,35	103,16
LCH-4	99,41	98,61		100,06	98,88	96,97	101,00	100,40	99,46	101,91	103,48	101,05	103,75	104,15	102,59
LCH-5	99,32	98,66		99,83	98,51	96,21	101,30	100,34	98,69	103,38	103,60	100,87	103,69	105,06	102,55
LCH-6	99,61	97,23		99,74	98,12	94,80	101,23	100,28	97,59	103,12	102,86	99,74	102,93	103,33	103,93
LCH-7	99,07	97,54		99,79	97,44		101,36	100,15	97,66	102,80	102,06	102,02	103,13	103,53	103,25
LCH-8	98,60	97,22		99,39	97,35	93,34	101,21	100,01		102,78	102,07	102,83	103,59	103,63	103,26
LCH-9	98,72	97,63		99,40	96,73		101,07	99,48		102,46	102,08	100,70	103,70	103,55	103,15
LCH-10	98,26	96,85		99,54	95,90		101,26	99,36		102,73	102,90	100,78	103,42	103,38	103,14
LCH-11	97,50	96,37		99,13	96,66		101,10	99,38		102,56	102,27	101,14	103,95	102,99	101,86
LCH-12	98,12	96,82		99,20	96,25		101,37	99,08		102,66	101,92	101,29	104,65	102,99	101,76
LCH-13	98,17	96,65		98,59	95,76		100,82	99,23		103,48	101,49	100,58	103,08	102,85	102,02
LCH-14	98,48	94,71		98,87	95,85		101,17	99,12		102,50	101,97	99,36	105,27	102,99	101,58
LCH-15	98,19	93,93		98,97	94,43		101,38	99,08		102,62	101,70	99,39	104,41	102,48	101,19
LCH-16	97,25	95,35		98,92	95,43		100,98	99,30		102,64	101,63		105,04	102,35	
LCH-17	96,97	94,87		98,78	94,67		100,60	98,37		102,32	101,45		104,02	103,98	
LCH-18	96,75	96,94		99,18	94,64		101,37	99,95		103,52	102,35		104,66	102,79	100,48
LCH-19	97,36	93,11		98,41	96,24		101,41	98,70		102,63	102,12	98,42	102,34	102,16	100,04
LCH-20	98,80	95,36		98,77	96,22		101,71	98,39		102,38	101,50	97,93	103,00	102,14	100,22

ANEXO H: OTROS RESULTADOS ESTIMACION SPREAD PARA LCH

En el siguiente anexo se presentan algunas estadísticas descriptivas de los datos utilizados en las regresiones, así como sucesivas regresiones que prueban las diferentes variables utilizadas.

H.1 Nomenclatura de Variables

Debido a los distintos tipos de variables explicativas (*S*) y de refinanciamiento (*REF*) posibles a utilizar en las regresiones, se crea la siguiente nomenclatura:

Tabla H-1: Nomenclatura de variables en modelos a estimar

Variable <i>REF</i>	Variable Explicativa <i>S</i>			
	$r_{LCH} - r_{PRC}$	$\log(r_{LCH} - r_{PRC})$	r_{LCH} / r_{PRC}	$\log(r_{LCH} / r_{PRC})$
$r_e - r_r$	A1	A2	A3	A4
$[VP(r_r) - VP(r_e)] / VP(r_e)$	B1	B2	B3	B4

Por ejemplo, una regresión del tipo A4 utiliza como variables de refinanciamiento a $r_e - r_r$ y como variable dependiente a $\log(r_{LCH} / r_{PRC})$. Esta regresión puede incorporar a su vez términos cuadráticos o cúbicos de la variable *REF*.

Para poder comparar los diferentes tipos de variables de refinanciamiento, ésta puede ser referida como REF_X , donde X representa el tipo, A o B.

H.2 Datos Superintendencia de Bancos e Instituciones Financieras

Se incluye un total de 42.535 observaciones.

Tabla H-2: Estadística descriptiva de datos SBIF (1999-2003)

	REF_A	REF_A^2	REF_A^3	REF_B	REF_B^2	REF_B^3	$PEND$	VOL	DUR	$CONV$
Promedio	0,10	0,40	0,23	0,61	9,29	34,89	0,01	0,01	5,44	51,41
Mediana	0,07	0,12	0,00	0,35	2,44	0,04	0,01	0,01	5,56	49,62
Máximo	3,88	15,02	58,19	24,97	623,50	15568,82	0,02	0,04	8,24	104,08
Mínimo	-2,64	0,00	-18,40	-14,21	0,00	-2869,34	0,00	0,00	1,58	4,99
Desv Std,	0,62	0,79	1,72	2,99	20,76	265,00	0,01	0,01	1,58	26,18
Skwness	0,44	4,42	6,82	0,69	6,55	14,95	0,24	2,85	-0,33	0,15
Kurtosis	4,78	31,51	110,01	5,68	77,75	476,63	1,97	13,36	2,25	1,87

Tabla H-3: Correlación regresores de datos SBIF (1999-2003)

	REF_A	REF_A^2	REF_A^3	REF_B	REF_B^2	REF_B^3	$PEND$	VOL	DUR	$CONV$
REF_A	1,00	0,38	0,71	0,92	0,38	0,51	0,40	0,24	0,01	0,01
REF_A^2	0,38	1,00	0,62	0,36	0,74	0,51	0,15	0,24	-0,17	-0,16
REF_A^3	0,71	0,62	1,00	0,60	0,54	0,69	0,25	0,23	-0,05	-0,05
REF_B	0,92	0,36	0,60	1,00	0,47	0,63	0,37	0,12	0,07	0,07
REF_B^2	0,38	0,74	0,54	0,47	1,00	0,74	0,17	-0,04	0,16	0,16
REF_B^3	0,51	0,51	0,69	0,63	0,74	1,00	0,18	0,03	0,05	0,05
$PEND$	0,40	0,15	0,25	0,37	0,17	0,18	1,00	0,44	0,10	0,10
VOL	0,24	0,24	0,23	0,12	-0,04	0,03	0,44	1,00	-0,61	-0,54
DUR	0,01	-0,17	-0,05	0,07	0,16	0,05	0,10	-0,61	1,00	0,99
$CONV$	0,01	-0,16	-0,05	0,07	0,16	0,05	0,10	-0,54	0,99	1,00

Para ver la importancia de estas variables, se regresionan sólo algunas de ellas, cambiando las combinaciones e incorporando cada vez nuevas variables. A modo de muestra, la siguiente tabla muestra dichos resultados para el modelo A4. En forma similar, la tabla H-5 presenta los resultados del modelo B4.

Tabla H-4: Resultados regresión lineal para modelo A4 de datos SBIF (1999-2003)

Variable	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Valor 4	Valor 5	Valor 6	Valor 7
<i>C</i>	0,2277 (432,38)	0,1513 (417,96)	0,1307 (96,83)	0,0929 (97,57)	0,1488 (49,92)	0,1274 (44,46)	0,1479 (50,42)
<i>REF</i>	0,1489 (120,29)	0,0939 (88,52)	0,1282 (131,56)	0,0882 (106,76)	0,089 (108,84)	0,0756 (121,31)	0,0695 (58,59)
<i>REF</i> ²						0,0327 (45,63)	
<i>REF</i> ³							0,0100 (14,67)
<i>PEND</i>		16,4509 (174,13)		16,60 (150,20)	14,447 (136,99)	14,399 (142,54)	14,59 (141,33)
<i>VOL</i>			13,023 (64,54)	9,615 (58,32)	7,80 (36,96)	7,517 (36,93)	7,625 (36,79)
<i>DUR</i>					-0,0085 (-23,09)	-0,0063 (-17,94)	-0,008 (-22,89)
<i>R</i> ²	0,37	0,65	0,57	0,75	0,76	0,78	0,76

Tabla H-5: Resultados regresión lineal para modelo B4 de datos SBIF (1999-2003)

Variable	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Valor 4	Valor 5	Valor 6	Valor 7
<i>C</i>	0,2268 (407,12)	0,1461 (414,10)	0,1202 (81,65)	0,084 (79,21)	0,1345 (41,07)	0,1320 (40,48)	0,1341 (40,89)
<i>REF</i>	2,4737 (122,78)	1,4117 (93,99)	2,2133 (129,07)	1,4272 (106,20)	1,437 (107,4)	1,2030 (101,99)	1,373 (83,87)
<i>REF</i> ²						7,169 (25,86)	
<i>REF</i> ³							9,90 (5,19)
<i>PEND</i>		17,532 (164,48)		14,1517 (146,96)	14,91 (130,20)	14,959 (130,69)	14,947 (130,6)
<i>VOL</i>			14,2437 (63,94)	10,346 (56,27)	8,718 (36,82)	8,77 (37,05)	8,736 (36,85)
<i>DUR</i>					-0,007 (-19,06)	-0,008 (-21,29)	-0,0077 (-18,98)
<i>R</i> ²	0,59	0,60	0,53	0,72	0,76	0,78	0,73

De forma similar, se realizaron regresiones para todos los modelos restantes, observándose en todos los casos que la variable cuadrática del refinanciamiento es más significativa que la cúbica. Es por ello que las siguientes regresiones no incorporan la variante cúbica de la variable de refinanciamiento. En primera instancia se realizaron

estimaciones sin considerar las variables *Dummies*, para luego incluirlas en las regresiones siguientes.

Tabla H-6: Resultados regresión lineal sin variables *Dummies* para el modelo A con datos SBIF (1999-2003)

Variable	A1	A2	A3	A4
<i>C</i>	0,93(76,82)	-0,043(-4,74)	0,993(157,56)	0,072(24,91)
<i>REF</i>	0,442(146,92)	0,335(105,58)	0,11(98,13)	0,076(120,58)
<i>REF</i> ²	0,149(53,46)	0,012(5,15)	0,062(36,19)	0,031(44,02)
<i>PEND</i>	38(83,05)	34,983(111,12)	13,206(61,99)	11,383(104,25)
<i>VOL</i>	28,942(36,2)	14,452(30,84)	22,181(44,51)	12,351(57,21)
<i>DUR</i>	-0,019(-12,1)	-0,017(-13,41)	0,007(9,9)	0,001(2,76)
<i>R</i> ²	0,737	0,668	0,751	0,799

Tabla H-7: Resultados regresión lineal sin variables *Dummies* para el modelo B con datos SBIF (1999-2003)

Variable	B1	B2	B3	B4
<i>C</i>	0,888(83,3)	-0,112(-13,44)	0,992(244,3)	0,067(28,86)
<i>REF</i>	7,606(123,86)	5,892(122,79)	1,771(75,71)	1,274(94,84)
<i>REF</i> ²	38,329(49,34)	3,232(5,33)	13,292(44,93)	7,378(43,42)
<i>PEND</i>	36,421(82,88)	34,004(99,18)	13,17(78,68)	11,237(116,89)
<i>VOL</i>	40,661(75,16)	20,776(49,22)	25,648(124,48)	14,502(122,54)
<i>DUR</i>	-0,023(-14,79)	-0,012(-9,79)	0,004(7,53)	0(-0,11)
<i>R</i> ²	0,694	0,646	0,702	0,7648

Tabla H-8: Resultados regresión lineal con variables *Dummies* para el modelo B con datos SBIF (1999-2003)

Variable	A1	A2	A3	A4
<i>C</i>	0,813(75,05)	-0,123(-14,77)	0,964(155,75)	0,052(18,88)
<i>REF</i>	0,445(168,93)	0,336(115,76)	0,111(102,11)	0,077(129,29)
<i>REF</i> ²	0,152(58,53)	0,015(6,82)	0,062(36,51)	0,032(45,31)
<i>PEND</i>	38,691(96,98)	34,919(125,58)	13,661(65,85)	11,626(111,56)
<i>VOL</i>	30,018(41,03)	15,277(34,9)	22,409(45,9)	12,516(60,21)
<i>DUR</i>	-0,014(-9,88)	-0,013(-11,21)	0,008(11,58)	0,002(5,09)
<i>D1</i>	-0,058(-13,73)	-0,12(-20,63)	0,023(15,25)	0,006(6,57)
<i>D3</i>	0,007(1,77)	-0,012(-3,82)	0,013(8,2)	0,006(6,89)
<i>D4</i>	0,088(22,2)	0,061(17,81)	0,029(18,31)	0,019(20,34)
<i>D5</i>	0,526(115,01)	0,392(118,84)	0,113(58,52)	0,081(75,72)
<i>R</i> ²	0,819	0,753	0,774	0,827

Tabla H-9: Resultados regresión lineal con variables *Dummies* para el modelo B con datos SBIF (1999-2003)

Variable	B1	B2	B3	B4
<i>C</i>	0,774(82,2)	-0,191(-25,85)	0,963(242,77)	0,048(21,4)
<i>REF</i>	7,687(143,31)	5,94(141,23)	1,802(79,77)	1,293(102,07)
<i>REF</i> ²	38,417(56,57)	3,517(6,61)	13,081(45,73)	7,283(45,4)
<i>PEND</i>	37,061(95,27)	33,883(111,26)	13,624(83,15)	11,475(124,87)
<i>VOL</i>	41,844(88,83)	21,694(58,82)	25,89(130,48)	14,68(131,92)
<i>DUR</i>	-0,018(-13,13)	-0,008(-7,26)	0,005(9,47)	0,001(2,15)
<i>D1</i>	-0,059(-6,25)	-0,123(-16,8)	0,024(6,08)	0,006(2,92)
<i>D3</i>	0,002(0,49)	-0,014(-4,26)	0,012(6,61)	0,005(5,32)
<i>D4</i>	0,093(19,81)	0,062(16,81)	0,032(16)	0,02(18,4)
<i>D5</i>	0,519(113,15)	0,39(108,69)	0,111(57,3)	0,08(73,75)
<i>R</i> ²	0,768	0,729	0,742	0,792

H.3 Datos Mercado

Se incluye un total de 51.091 observaciones.

Tabla H-10: Estadística descriptiva de datos de mercado (1999-2003)

	REF_A	REF_A^2	REF_A^3	REF_B	REF_B^2	REF_B^3	$PEND$	VOL	DUR	$CONV$
Promedio	0,168	0,462	0,362	0,010	0,001	0,000	0,007	0,008	5,463	51,835
Mediana	0,100	0,160	0,001	0,006	0,000	0,000	0,006	0,007	5,580	49,960
Máximo	4,200	17,640	74,088	0,289	0,083	0,024	0,018	0,076	8,280	104,710
Mínimo	-2,900	0,000	-24,389	-0,136	0,000	-0,002	-0,002	0,003	1,130	2,880
Desv Std,	0,659	0,892	2,121	0,035	0,003	0,000	0,006	0,007	1,630	26,783
Skwness	0,484	4,826	9,553	0,672	7,178	19,576	0,068	3,591	-0,372	0,151
Kurtosis	4,471	41,063	194,837	5,036	102,560	714,069	1,794	23,012	2,360	1,894

Tabla H-11: Correlación regresores de datos de mercado (1999-2003)

	REF_A	REF_A^2	REF_A^3	REF_B	REF_B^2	REF_B^3	$PEND$	VOL	DUR	$CONV$
REF_A	1,00	0,48	0,68	0,94	0,46	0,50	0,35	0,24	0,00	0,01
REF_A^2	0,48	1,00	0,75	0,44	0,78	0,59	0,14	0,27	-0,19	-0,18
REF_A^3	0,68	0,75	1,00	0,59	0,64	0,73	0,22	0,25	-0,08	-0,08
REF_B	0,94	0,44	0,59	1,00	0,55	0,59	0,34	0,11	0,09	0,10
REF_B^2	0,46	0,78	0,64	0,55	1,00	0,83	0,15	-0,02	0,13	0,12
REF_B^3	0,50	0,59	0,73	0,59	0,83	1,00	0,16	0,03	0,06	0,05
$PEND$	0,35	0,14	0,22	0,34	0,15	0,16	1,00	0,44	0,12	0,12
VOL	0,24	0,27	0,25	0,11	-0,02	0,03	0,44	1,00	-0,57	-0,49
DUR	0,00	-0,19	-0,08	0,09	0,13	0,06	0,12	-0,57	1,00	0,98
$CONV$	0,01	-0,18	-0,08	0,10	0,12	0,05	0,12	-0,49	0,98	1,00

Similar al caso de la sección H.2, se regresionan sólo algunas de ellas, cambiando las combinaciones e incorporando cada vez nuevas variables. A modo de

muestra, la siguiente tabla muestra dichos resultados para el modelo A4. En forma similar, la tabla H-13 presenta los resultados del modelo B4.

Tabla H-12: Resultados regresión lineal de modelo A4 de datos de mercado (1999-2003)

Variable	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Valor 4	Valor 5	Valor 6	Valor 7
<i>C</i>	0,2506 (406,33)	0,1514 (307,28)	0,1115 (74,99)	0,07812 (64,79)	0,0852 (16,82)	0,0667 (13,35)	0,0852 (16,97)
<i>REF</i>	0,1496 (103,39)	0,1018 (74,29)	0,1073 (125,46)	0,0871 (103,54)	0,0871 (104,16)	0,068 (90,49)	0,0703 (56,41)
<i>REF</i> ²						0,0295 (35,97)	
<i>REF</i> ³							0,0077 (12,89)
<i>PEND</i>		15,9783 (197,85)		9,1823 (75,62)	9,3311 (49,61)	9,6413 (51,83)	9,5075 (50,69)
<i>VOL</i>			17,3215 (87,38)	14,37 (62,93)	14,1596 (42,04)	13,6745 (40,63)	13,90 (41,20)
<i>DUR</i>					-0,0011 (-1,75)	0,0006 (1,074)	-0,0009 (-1,50)
<i>R</i> ²	0,306	0,53	0,69	0,752	0,752	0,768	0,757

Tabla H-13: Resultados regresión lineal de modelo B4 de datos de mercado (1999-2003)

Variable	Valor 1	Valor 2	Valor 3	Valor 4	Valor 5	Valor 6	Valor 7
<i>C</i>	0,2539 (372,92)	0,1455 (309,70)	0,0984 (65,05)	0,0678 (53,71)	0,0712 (13,75)	0,0678 (13,10)	0,0708 (13,65)
<i>REF</i>	2,2243 (114,39)	14,5442 (152,81)	1,8262 (128,04)	1,3936 (103,80)	1,3944 (104,00)	1,1032 (76,66)	1,3314 (83,95)
<i>REF</i> ²						6,6672 (22,97)	
<i>REF</i> ³							8,7454 (6,57)
<i>PEND</i>		1,2722 (80,16)		9,2147 (73,68)	9,2855 (48,40)	9,3950 (49,15)	9,3042 (48,49)
<i>VOL</i>			18,8819 (92,68)	15,684 (65,70)	15,5772 (52,31)	15,6666 (45,10)	15,599 (44,89)
<i>DUR</i>					-0,0005 (-0,83)	-0,0012 (-1,83)	-0,0005 (-0,76)
<i>R</i> ²	0,187	0,457	0,667	0,727	0,727	0,734	0,728

De forma similar, se realizaron regresiones para todos los modelos restantes, observándose en todos los casos que la variable cuadrática del refinanciamiento es más significativa que la cúbica. Es por ello que las siguientes regresiones no incorporan la variante cúbica de la variable de refinanciamiento. Al igual que en el caso de los datos de la SBIF, inicialmente se realizaron estimaciones sin considerar las variables *Dummies*, para luego incluirlas en las regresiones siguientes.

Tabla H-14: Resultados regresión lineal sin variables *Dummies* para el modelo A con datos de mercado (1999-2003)

Variable	A1	A2	A3	A4
<i>C</i>	1,059(111,95)	0,047(5,97)	0,827(135,28)	0,067(13,35)
<i>REF</i>	0,384(125,76)	0,297(93,28)	0,1(50,76)	0,068(90,49)
<i>REF</i> ²	0,142(65,03)	0,021(9,43)	0,061(42,84)	0,029(35,98)
<i>PEND</i>	34,332(87,79)	32,451(106,92)	4,911(19,44)	9,641(51,84)
<i>VOL</i>	22,11(55,86)	8,64(24,45)	35,129(137,38)	13,675(40,63)
<i>DUR</i>	-0,038(-26,15)	-0,029(-25,55)	0,026(27,98)	0,001(1,07)
<i>R</i> ²	0,663	0,603	0,566	0,767

Tabla H-15: Resultados regresión lineal sin variables *Dummies* para el modelo B con datos de mercado (1999-2003)

Variable	B1	B2	B3	B4
<i>C</i>	1,057(80,46)	0,011(1,32)	0,835(24,87)	0,068(13,11)
<i>REF</i>	6,434(90,34)	5,073(84,81)	1,565(62,52)	1,103(76,67)
<i>REF</i> ²	36,478(25,79)	6,432(7,73)	11,89(26,12)	6,667(22,97)
<i>PEND</i>	32,36(61,2)	31,395(100,35)	4,697(4)	9,395(49,15)
<i>VOL</i>	32,703(41,47)	14,145(40,08)	38,548(17,26)	15,667(45,1)
<i>DUR</i>	-0,048(-26,09)	-0,029(-24,42)	0,022(5,15)	-0,001(-1,87)
<i>R</i> ²	0,612	0,58	0,536	0,734

Tabla H-16: Resultados regresión lineal con variables *Dummies* para el modelo A con datos de mercado (1999-2003)

Variable	A1	A2	A3	A4
<i>C</i>	0,953(119,49)	-0,021(-3,54)	0,797(131,27)	0,048(23,71)
<i>REF</i>	0,435(169,49)	0,333(172,13)	0,113(57,8)	0,076(117,57)
<i>REF</i> ²	0,131(72,23)	0,013(9,72)	0,058(41,74)	0,028(59,99)
<i>PEND</i>	33,578(101,69)	31,321(125,88)	4,996(19,88)	9,625(115,07)
<i>VOL</i>	22,572(68,64)	9,028(36,43)	35,215(140,72)	13,738(164,9)
<i>DUR</i>	-0,033(-27,64)	-0,025(-27,98)	0,027(29,56)	0,001(4,44)
<i>DI</i>	-0,088(-9,09)	-0,151(-20,63)	0,017(2,27)	0,001(0,52)
<i>D3</i>	-0,04(-10,27)	-0,051(-17,41)	-0,001(-0,22)	-0,004(-4,22)
<i>D4</i>	0,087(19,72)	0,052(15,6)	0,033(9,77)	0,02(18,24)
<i>D5</i>	0,643(144,71)	0,462(138,02)	0,158(46,65)	0,105(93,48)
<i>R</i> ²	0,768	0,727	0,584	0,804

Tabla H-17: Resultados regresión lineal con variables *Dummies* para el modelo B con datos de mercado (1999-2003)

Variable	B1	B2	B3	B4
<i>C</i>	0,944(107,6)	-0,062(-9,94)	0,804(129,13)	0,048(22,15)
<i>REF</i>	7,446(132,52)	5,804(143,99)	1,812(45,45)	1,269(91,33)
<i>REF</i> ²	31,843(46,85)	3,036(6,23)	10,758(22,3)	5,905(35,13)
<i>PEND</i>	31,311(84,53)	30,046(113,27)	4,704(17,89)	9,329(101,84)
<i>VOL</i>	33,607(92,8)	14,852(57,27)	38,737(150,73)	15,8(176,42)
<i>DUR</i>	-0,042(-31,53)	-0,025(-26,05)	0,023(24,72)	0(-1,26)
<i>DI</i>	-0,094(-8,74)	-0,157(-20,39)	0,015(1,96)	0(0,04)
<i>D3</i>	-0,047(-10,85)	-0,054(-17,19)	-0,004(-1,32)	-0,006(-5,39)
<i>D4</i>	0,095(19,42)	0,055(15,76)	0,035(10,11)	0,022(17,98)
<i>D5</i>	0,631(127,65)	0,456(128,79)	0,152(43,22)	0,102(83,66)
<i>R</i> ²	0,713	0,696	0,556	0,769

ANEXO I : CLASIFICACION DE RIESGO PARA LAS LCH

En este Anexo se muestra las clasificaciones de riesgo desde el año 1999 al 2003, así como los criterios de cada clasificación. También se incorporan las fusiones bancarias en Chile desde la década de los 90.

I.1 Clasificaciones de Riesgo de LCH

El siguiente cuadro presenta la clasificación de riesgo para las letras de crédito según la institución emisora, de acuerdo a las clasificaciones de Riesgo de Fitchrating y Fellerate para el período 1999 – 2003.

Tabla I-1: Clasificación de riesgo de las instituciones emisoras de acuerdo a Fitchrating y Fellerate, para el periodo 1999-2003

Banco	1999		2000		2001		2002		2003	
	Fitch	Feller	Fitch	Feller	Fitch	Feller	Fitch	Feller	Fitch	Feller
ABN Amro Bank	AAA		AA+	AA+	AA+	AA+				
Bhif				AA-		AA-		AA-		AA-
Bice	AA+	AA	AA+	AA	AA	AA	AA+	AA	AA+	AA
Boston	AA	AA-	AA-	AA	AA	AA	AA	AA	AA	AA
Chile	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+
Citibank		AA+		AA+		AA+		AA+	AA+	AA+
Corpanca	A+	BBB+	A+	A	A+	A+	AA-	AA-	AA-	AA-
BCI			AA+	AA	AA+	AA	AA+	AA	AA+	AA
Desarrollo	A+	A	A+	A	A+	A-	A+	A-	A+	A-
Estado	AAA		AAA	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+
Falabella			A+	A	A+	A+	A+	A+	A+	A+
Internacional	A+	A-	A	A-	A	BBB+	A	BBB+	A-	A-
Santander	AAA		AAA		AA+	AA+	AA+	AA+	AA+	AA+
Santiago	AA	AA	AA	AA	AA+	AA+	AA+	AA+		
Scotiabank	AA		AA-	A	AA-	A	AA	A+	AA	A+
Security	AA-	AA-	AA	AA-	AA-	AA-	AA	AA-	AA	AA-

AAA: Instrumentos con la más alta capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, la cual no se vería afectada en forma significativa ante posibles cambios en el emisor, en la industria a que pertenece o en la economía,

AA: Instrumentos con una muy alta capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, la cual no se vería afectada en forma significativa ante posibles cambios en el emisor, en la industria a que pertenece o en la economía,

A: Instrumentos con una muy buena capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, pero ésta es susceptible de deteriorarse levemente ante posibles cambios en el emisor, en la industria a que pertenece o en la economía,

BBB: Instrumentos con una suficiente capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, pero ésta es susceptible de debilitarse ante posibles cambios en el emisor, en la industria a que pertenece o en la economía,

BB: Instrumentos con capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, pero ésta es variable y susceptible de debilitarse ante posibles cambios en el emisor, en la industria a que pertenece o en la economía, pudiendo incurrirse en retrasos en el pago de intereses y del capital,

B: Instrumentos con el mínimo de capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, pero ésta es muy variable y susceptible de debilitarse ante posibles cambios en el emisor, en la industria a que pertenece o en la economía, pudiendo incurrirse en retrasos en el pago de intereses y del capital,

C: Instrumentos que no cuentan con capacidad suficiente para el pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, existiendo alto riesgo de pérdida,

D: Instrumentos que no cuentan con capacidad de pago del capital e intereses en los términos y plazos pactados, y que presentan incumplimiento efectivo de pago de intereses y capital, o requerimiento de quiebra en curso,

E: Instrumentos cuyo emisor no posee información suficiente o representativa para el período mínimo exigido y además no existen garantías suficientes,

Para las categorías de riesgo entre AA y B, Fitch Ratings utilizan la nomenclatura (+) y (-), para mostrar posiciones relativas dentro de las principales categorías.

I.2 Cambios en Clasificaciones de Riesgo

El siguiente cuadro presenta los cambios en las clasificaciones de riesgo para las letras de crédito según la institución emisora, de acuerdo a las clasificaciones de riesgo de Fitchrating para el período 1999 – 2003.

Tabla I-2: Número de instituciones financieras según clasificación de riesgo de Fitchratings (1999 – 2003)

Riesgo	1999	2000	2001	2002	2003
AAA	3	2	-	-	-
AA+	2	5	6	6	6
AA	3	1	2	3	3
AA-	1	2	2	1	1
A+	3	3	3	2	2
A	-	1	1	1	-
A-	-	-	-	-	1
Total	12	16	16	15	14

I.3 Fusiones Bancarias

- 1) En abril de 1990, se creó el ABN Tanner Bank, como resultado de la fusión del Banco de Colombia y la Financiera Comercial (Financo).
- 2) En junio y diciembre de 1993, el Banco O'Higgins adquirió los activos y asumió los pasivos del Banco Centrohispánico y del Hong Kong and Shanghai Banking respectivamente.
- 3) En febrero de 1995, el Banco BHIF adquirió los activos y asumió los pasivos del Banesto Chile Bank.

- 4) En mayo de 1995, el Banco Santander absorbió a la Financiera Fusa.
- 5) En julio de 1996 se produjo la fusión entre los bancos Osorno y Santander.
- 6) En enero de 1997 se produjo la fusión entre los bancos Santiago y O'Higgins.
- 7) En enero de 2002 se fusionaron los bancos Chile y Edwards.
- 8) En agosto de 2002 se produjo la fusión entre los bancos Santiago y Santander.